

# 地铁大坡度道岔制动工况下钢轨 表面接触应力变化规律研究

曾志平<sup>1,2</sup>, 徐榕<sup>1</sup>, 阮莹<sup>3</sup>, 李平<sup>3</sup>, 胡籍<sup>1</sup>

(1.中南大学 土木工程学院, 长沙 410075; 2.重载铁路工程结构教育部重点实验室(中南大学), 长沙 410075; 3.广州地铁设计研究院股份有限公司, 广州 510010)

**摘要:** **目的** 通过分析不同坡度条件下道岔钢轨在列车下坡制动作用时的力学行为, 探讨了坡度对钢轨表面接触应力指标的影响情况, 为铁路线路设计人员对线路坡度进行决策时提供参考。**方法** 针对地铁单开道岔尖轨跟端 60AT 轨, 运用有限元方法对其进行数值模拟, 建立地铁车轴与 60AT 轨的精细化模型, 分析了制动力作用下不同坡度时钢轨表面各项应力指标, 并进行了对比。**结果** 坡度从 0%变化至 3.0%时, 钢轨大部分应力指标变化不大, 变化幅度较大的钢轨表面纵向切应力与钢轨表面摩擦力, 其变化量分别为 8.40%和 3.18%, 均不超过 10%。**结论** 从钢轨受力分析的层面上讲, 坡度并不是控制钢轨伤损的决定性因素, 为防止列车制动时钢轨表面局部应力过大, 建议对该区段钢轨表面进行全长淬火处理, 以提高钢轨的屈服强度。

**关键词:** 地铁; 大坡度; 道岔; 列车制动力; 钢轨表面; 接触应力; 轮轨作用

中图分类号: TG115.22; U212.34 文献标识码: A 文章编号: 1001-3660(2021)06-0243-07

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2021.06.027

## Research on the Change Law of Rail Surface Contact Stress under the Braking Condition of Metro Turnout

ZENG Zhi-ping<sup>1,2</sup>, XU Rong<sup>1</sup>, RUAN Ying<sup>3</sup>, LI Ping<sup>3</sup>, HU Ji<sup>1</sup>

(1.School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2.MOE Key Laboratory of Engineering Structures of Heavy Haul Railway (Central South University), Changsha 410075, China; 3.Guangzhou Metro Design & Research Institute Co., Ltd, Guangzhou 510010, China)

**ABSTRACT:** By analyzing the mechanical behavior of the turnout rails under train braking downhill with different slopes, the influence of slope on rail surface contact stress indicators are explored, which can provide useful reference for railway line designers to make decision on railway line slopes. Aiming at the 60AT rail at the heel end of the single turnout in the subway, the finite element method is used to carry out numerical simulation to establish the refined model of the subway axle and the 60AT

收稿日期: 2020-07-21; 修订日期: 2020-10-12

Received: 2020-07-21; Revised: 2020-10-12

基金项目: 广州地铁设计研究院股份有限公司科学技术开发项目; 湖南省自然科学基金项目(2019JJ40384)

Fund: Science and Technology Development Project of Guangzhou Metro Design & Research Institute Co., Ltd; Natural Science Foundation of Hunan Province (2019JJ40384)

作者简介: 曾志平(1975—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为铁路轨道结构科学。

Biography: ZENG Zhi-ping (1975—), Male, Doctor, Professor, Ph. D. tutor, Research focus: scientific research on railway track structure.

通讯作者: 阮莹(1979—), 女, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为城市轨道交通轨道设计理论与技术。邮箱: 227580052@qq.com

Corresponding author: RUAN Ying (1979—), Female, Doctor, Senior engineer, Research focus: the theory and technology of urban rail transit track design. E-mail: 227580052@qq.com

引文格式: 曾志平, 徐榕, 阮莹, 等. 地铁大坡度道岔制动工况下钢轨表面接触应力变化规律研究[J]. 表面技术, 2021, 50(6): 243-249.

ZENG Zhi-ping, XU Rong, RUAN Ying, et al. Research on the change law of rail surface contact stress under the braking condition of metro turnout[J]. Surface technology, 2021, 50(6): 243-249.

rail. When the slope changes from 0% to 3.0%, most of the rail stress indicators change little, only the longitudinal shear stress of the rail surface and the rail surface friction change the most, where the changes are only 8.40% and 3.18% respectively, both of which do not exceed 10%. From the perspective of rail stress analysis, slope is not a decisive factor in controlling rail damage. In order to prevent excessive local stress on the rail surface during train braking, it is recommended to perform full-length quenching treatment on the surface of the rail in this section to improve the yield strength of rails.

**KEY WORDS:** subway; large slope; turnout; train braking force; rail surface; contact stress; wheel-rail effect

道岔作为铁路的薄弱环节之一,一直以来都是影响铁路运营的关键性因素<sup>[1]</sup>。由于其特殊的结构以及不可代替的线路转向作用,道岔运营寿命常常成为铁路重点关注的问题之一<sup>[2-5]</sup>。由于地形条件的限制,车站有时需要设计在地形凹陷区域,导致列车进站时需要进行下坡并进行频繁制动,此时钢轨相对发生病害问题较多,如钢轨表面的轨面剥落掉块等<sup>[6]</sup>。车站位于地形凹陷区域时,坡度对钢轨伤损具有严重的影响,但是目前缺乏大坡度地段相关的钢轨接触力学分析,坡度对道岔钢轨在列车制动作用下力学行为方面具体的影响程度仍鲜有研究。

在轮轨相互作用力学方面,研究人员常常采用有限元软件仿真的方法进行研究<sup>[7-14]</sup>。张军等<sup>[15]</sup>利用 ANSYS 有限元方法,通过对不同牵引与制动工况下的轮轨接触力学进行了研究,但是在施加制动力时只是单纯在钢轨踏面上施加一水平力,与轮轨实际受力情况不符。马昌红等<sup>[16]</sup>利用 Hertz 接触理论模拟了轮轨实际的几何条件和边界情况。蔡武等<sup>[17]</sup>研究了轮轨接触点到轨缝距离的变化对钢轨弹塑性接触应力场的影响,同时也运用 Hertz 接触理论进行了求解,但是 Hertz 接触理论对于坡度与制动等复杂工况共同作用时其应用范围有限。齐效文等<sup>[18]</sup>建立了三维轮轨有限元模型,研究了车轮和钢轨之间接触应力场的变化情况。肖乾等<sup>[19]</sup>进行了轮轨接触静态、稳态和瞬态研究。李士一等<sup>[20]</sup>建立了二维轮轨有限元几何模型,计算分析了轮轨接触压力的分布情况。张澎湃等<sup>[21]</sup>建立了三维有限元轮轨接触几何模型,研究分析了不同轴重情况下轮轨接触斑的面积以及接触应力的大小和分布情况。张军等<sup>[22]</sup>运用有限元参数二次规划法,计算分析了轮轨接触应力场的变化情况。魏康等<sup>[23]</sup>研究了车轮材料特性(弹性模量、泊松比)对 CRH3 型动车组轮轨接触应力的影响。但是上述文献对钢轨纵向坡度这一工况影响的研究尚有欠缺。

由于地铁道岔尖轨跟端存在着间隔铁等结构,此处受到列车制动力影响较为显著,是工务养护维修中重点关注的部位。因此,采用 60AT 轨作为研究对象,通过对车轮的转动施加约束,并在轮轴处施加水平作用力以模拟制动力(即制动时轮轴作用在车轮上的惯性力),通过该瞬态内车轮受到制动力、摩擦力在水平方向的平衡,并通过改变车轮中心重力的方向以模拟不同坡度变化,更加真实地模拟了不同坡度时制动

作用下轮轨的接触工况,从而对制动力作用下,60AT 轨与列车车轮相互接触的轮轨力学行为进行了分析,以探讨不同坡度作用下 60AT 轨的受力特性的变化情况。

## 1 模型的建立与荷载施加

### 1.1 模型与荷载的选择

针对地铁单开道岔尖轨跟端 60AT 轨,运用有限元方法对其进行数值模拟,建立地铁车轴与 60AT 轨的精细化模型,分析制动力作用下,不同坡度时钢轨表面等效应力、等效应变、XY 方向剪切应力、沿制动力方向的纵向切应力、沿制动力方向的纵向切应变、摩擦应力、总压应力等指标并进行对比。由于轮轨接触属于局部接触,需要建立较为精密的车轮-60AT 轨有限元模型。因此,为了减少模型大小,以适应计算机工作性能要求,此处截取道岔区域 1 m 长的 60AT 型钢轨进行加载模拟。

车轮与 60AT 轨的弹性类型为各向同性。轮轨摩擦因数取 0.365<sup>[24]</sup>,轨底坡为 0。轮轨间的相对滑动位移较小,所以作用类型为小滑移。该有限元模型均采用 8 节点的 solid185 六面体单元离散网格,钢轨接触区的细化长度为 200 mm,车轮接触区的细化角度为 30°。

因为轮轨接触区的尺寸远远小于接触表面的曲率半径,所以接触区的应力更大,远离接触区时,应力逐渐减小。所以在进行有限元模型计算分析时,物体接触区的网格根据需要进行了加密处理,车轮踏面和钢轨的相互作用可以看作柔体-柔体的接触问题。本文设定车轮和钢轨的接触方式为面-面接触方式,并定义了轮轨之间的摩擦因数。本文选用 Contal174 和 Targel170 作为接触单元,并与目标单元组成接触对,车轮踏面为接触面,钢轨为目标面,由此组成一个接触对,并按摩尔-库伦准则定义摩擦,摩擦因数设置为 0.365。其中,接触区的最小单元边长为 1.5 mm,模型中共划分了 156 331 个实体单元和 176 246 个节点。表 1 为车轮-60AT 轨接触力学有限元分析参数。图 1 为轮轨接触区附近的网格划分情况。为了更好地模拟轮轨之间的接触关系,本文采用单点赫兹接触的方式,其中 Z 是纵向, Y 是法向, X 是横向。

表 1 车轮-60AT 轨接触力学有限元分析参数  
Tab.1 Finite element analysis parameters of wheel-60AT rail contact mechanics

Material	Property	Value	Unit	Unit type
60AT Rail	Density	7800	kg/m <sup>3</sup>	Solid185
	Elastic modulus	2.1×10 <sup>5</sup>	MPa	
	Poisson's ratio	0.3		
Wheel	Density	7800	kg/m <sup>3</sup>	Solid185
	Elastic modulus	2.1×10 <sup>5</sup>	MPa	
	Poisson's ratio	0.3		

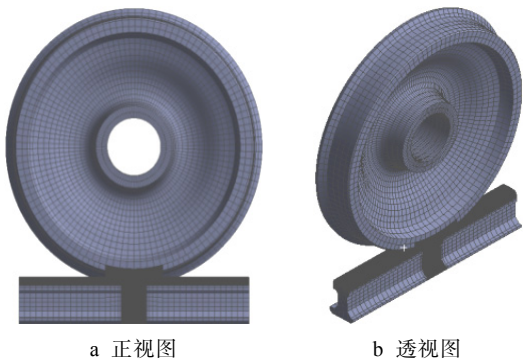


图 1 轮轨有限元网格图  
Fig.1 Finite element mesh diagram of wheel-rail: (a) front view, (b) perspective view

1.2 静载与制动工况下模型加载方式

静载工况下，对钢轨底部施加纵向、横向、竖向位移约束，对车轮中心施加纵向、横向约束，并在车轮中心施加竖直向下的载荷，取为 70 kN（轴质量 14 t 的一半）<sup>[25]</sup>。在模拟制动力作用时，对钢轨底部施加纵向、横向、竖向位移约束，对车轮中心施加横向约束，并在车轮中心施加竖直向下的载荷，取为 70 kN（轴质量 14 t 的一半），并在车轮中心施加 20 kN 的纵向力（方向沿着钢轨下坡方向），同时限制车轮的扭转变形，如图 2 所示。

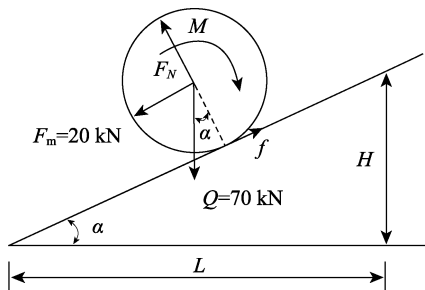


图 2 轮轨载荷及坐标系示意图  
Fig.2 Schematic diagram of wheel-rail load and coordinate system

2 各项应力指标对比分析

共计算了 7 种工况，用于模拟正向过岔情形，根

据制动作用时轮轨接触的特点，轮质量取 7 t，同时施加 20 kN 的制动力作用于车轮中心，方向沿着车轮下坡的方向，坡度依次为 0%、0.5%、1.0%、1.5%、2.0%、2.5%、3.0%。进行轮轨接触关系分析时，应力云图显示为轮轨系统的应力分布；进行钢轨应力分析时，应力云图显示为只考虑钢轨的应力分布。

2.1 应力云图分析

通过分级设置不同坡度 0%、0.5%、1.0%、1.5%、2.0%、2.5%、3.0%，得出轮轨作用的各项应力指标云图（图 3）。由于不同坡度情况下，轮轨作用的各项应力指标云图的形状基本相似，此处只展示坡度为 0%时的应力云图。

通过应力云图可知：（1）轮轨系统的等效力最大值出现在接触面以下约 1.5~3.0 mm 处（图 3a），同时钢轨表面等效力云图呈现环形放散状（图 3b），并且周围沿接触区向外等效力逐渐减小；（2）剪切应力围绕着接触点，分别呈现出最大正值和最大负值，最大值出现在接触面以下约 1.5~3.0 mm 处，此处也是萌生微裂纹的危险位置（图 3c、图 3d）；（3）列车制动力作用下，钢轨表面同时受到方向与制动力方向相反的拉力作用（蓝色区域），以及方向与制动力方向相同的压力作用（红色区域），并且拉力的最大值显著大于压力的最大值，符合制动力作用下钢轨表面的受力趋势（图 3e）。不同坡度条件下钢轨表面纵向切应力的最大压应力与最大拉应力如表 2 所示，当拉应力超过钢轨屈服强度时，在列车制动作用多次疲劳荷载下，钢轨表面将逐渐产生剥落掉块。

中国铁道科学研究院张银花等<sup>[26]</sup>对热轧及热处理钢轨屈服强度的数据进行了统计分析，结果见表 3。通过有限元分析可知，在本研究的工况中，坡度为 0%~3.0%钢轨表面，纵向切应力的拉应力已经达到 668.31~682.69 MPa，对于热轧态材质的钢轨而言，已经超过其屈服强度，因此在制动作用频繁的列车下坡进站地段，钢轨材质应该采用热处理后的钢轨，方可保证制动作用时钢轨不至于因为超过最大屈服强度而剥落。

2.2 应力拟合分析

通过改变车轮中心重力  $P$  的方向，从而达到设置不同坡度值的效果，并得出各项应力指标（结果见表 4）以及各应力指标的变化规律（结果见图 4）。可见各项应力指标的变化趋势与坡度变化呈现出较高的线型相关，因此采用拟合曲线对其进行拟合，得到拟合曲线参数如表 5 所示。

通过拟合分析可知，随着坡度的增加，大部分应力指标都随着坡度的增加而增大，尤其是钢轨表面纵向切应力和钢轨表面摩擦力。其原因在于随着坡度角  $\alpha$  的增大，车轮沿着钢轨表面方向向下的应力分量  $F=$

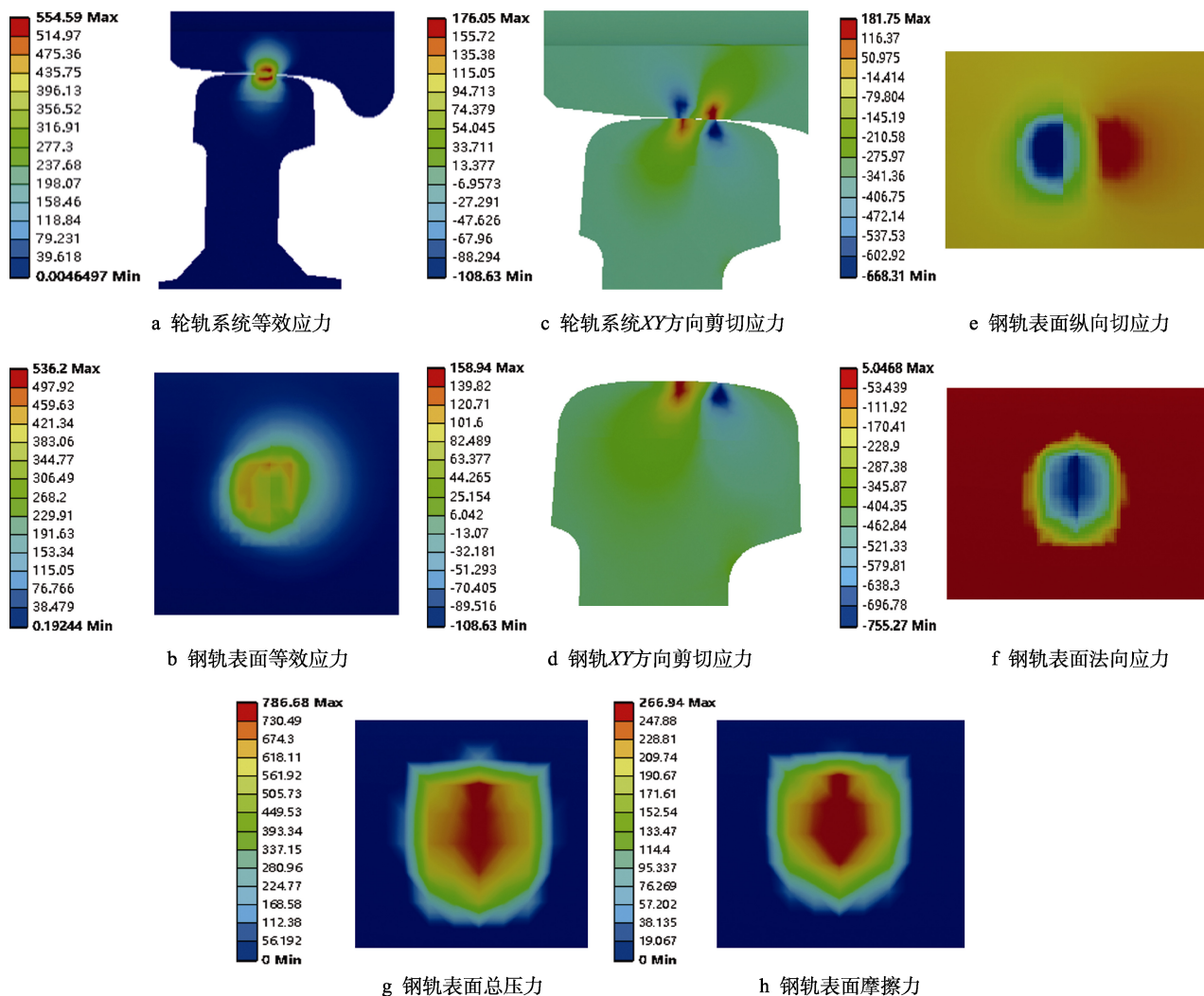


图3 钢轨各项应力指标云图

Fig.3 Cloud diagram of various stress indicators of rail: a) equivalent stress of wheel-rail system, b) equivalent stress of rail surface contact, c) wheel-rail system XY shear stress, d) rail XY shear stress, e) longitudinal shear stress on rail surface, f) normal stress on rail surface, g) total pressure of rail surface, h) friction of rail surface

表2 不同坡度条件下钢轨表面纵向切应力最大压应力、最大拉应力及其比值

Tab.2 Ratio of maximum compressive stress to tensile stress of rail surface longitudinal shear stress under different slope conditions

Item	0%	0.5%	1.0%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%
Longitudinal pressure on rail surface/MPa	181.75	183.51	185.43	186.89	193.02	194.95	197.01
Longitudinal tension on rail surface/MPa	668.31	669.45	671.5	673.46	678.99	679.33	682.69
Ratio	0.272	0.274	0.276	0.278	0.284	0.287	0.289

表3 中国钢轨屈服强度取值

Tab.3 Yield strength values of rail in China

Steel grade	Status	Strength level/MPa	Yield strength value/MPa
U74	Hot rolled	780	410
U71Mn		880	460
U75		980	510
U76NbRE		980	510
U71Mn(c)	Heat treatment	1180	800
U75V or U76NbRE		1230	820



表 4 不同坡度条件下各项应力指标值  
Tab.4 Various stress index values under different slope conditions

Item	0%	0.5%	1.0%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%
Equivalent stress of wheel-rail system/MPa	554.59	554.68	554.79	554.91	555.10	555.23	555.32
Equivalent stress on rail surface/MPa	536.20	536.27	536.37	536.97	537.83	538.12	538.54
Normal stress on rail surface/MPa	757.27	756.83	756.53	756.19	755.68	755.40	755.27
Total pressure on rail surface/MPa	786.68	786.70	786.74	786.83	786.89	786.91	786.96
Longitudinal shear stress on rail surface/MPa	181.75	183.51	185.43	186.89	193.02	194.95	197.01
Rail surface friction/MPa	266.94	269.65	272.68	274.15	275.41	275.42	275.43
Shear stress in XY direction of wheel-rail system/MPa	176.05	175.91	175.76	175.68	175.09	174.89	174.71
Shear stress in XY direction of rail	158.94	158.87	158.79	158.71	157.93	157.74	157.52

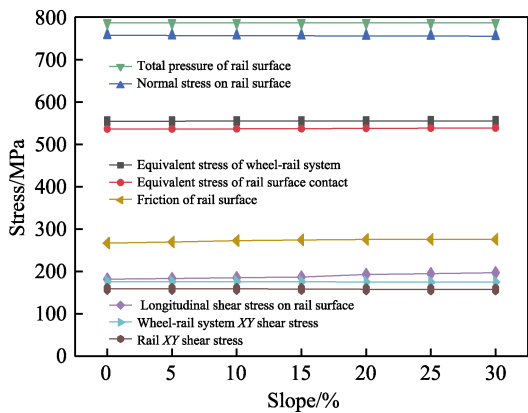


图 4 不同坡度条件下各项应力指标变化趋势  
Fig.4 Variation trends of various stress indicators under different slope conditions

表 5 各项应力指标拟合分析结果  
Tab.5 Fitting analysis results of various stress indicators

Item	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>
Equivalent stress of wheel-rail system	0.1286	554.45	0.9903
Equivalent stress on rail surface	0.4350	535.45	0.9387
Normal stress on rail surface	-0.3468	757.55	0.9850
Total pressure on rail surface	0.0504	786.61	0.9730
Longitudinal shear stress on rail surface	2.7232	178.04	0.9631
Rail surface friction	1.4193	267.13	0.8457
Shear stress in XY direction of wheel-rail system	-0.2404	176.40	0.9455
Shear stress in XY direction of rail	-0.2636	159.41	0.8928

$P \times \sin \alpha$  会逐渐增大,从而导致该指标增大。拟合分析的结果同时发现,只有少部分应力指标。如钢轨表面法向应力、轮轨系统  $XY$  方向剪切应力、钢轨  $XY$  方向剪切应力等,随着坡度的增大而减小。此原因在于随着坡度角  $\alpha$  的增大,车轮沿着垂直于钢轨表面的应力分量  $N=P \times \cos \alpha$  会逐渐减小,从而导致该指标减小。

3 各项应力指标变化幅度分析

3.1 固定坡度差值时各项应力指标变化幅度分析

通过上述分析可知,大部分应力指标的线性相关指数  $R^2$  都在 0.9 以上,但是部分应力指标(如钢轨表面摩擦力以及钢轨  $XY$  方向剪切应力)的线性相关指数  $R^2$  小于 0.9。因此,需要对固定坡度值时各项应力指标的变化幅度进行分析,结果见表 6。

通过坡度每变化 0.5%时轮轨各项应力指标变化差值,可知:(1)坡度为 0%~3.0%时,除摩擦应力外,其余应力指标的增加幅度均随着坡度的增大先增加后减小,其中坡度为 1.5%~2.0%时的内应力变化幅度最明显;(2)坡度为 0%~3.0%时,摩擦应力的变化幅度逐渐减小,当坡度超过 2.0%时,其增长幅度趋近于 0,表明坡度超过 2.0%时摩擦应力的值已经开始逐渐接近最大静摩擦力,但是轮轨系统的准静态依旧保持稳定。

3.2 各项应力指标变化幅度对比分析

从 2.2 节数据拟合的结果可见,随着坡度的增加,并不是所有的应力指标的增加幅度都很高,有些指标还会呈现减小的趋势。为了清楚研究不同变化程度的区别,对坡度从 0%~3.0%变化时轮轨各项应力指标变化程度进行分析,结果见表 7。可知:(1)在坡度变化幅度相同时,钢轨表面纵向切应力以及钢轨表面摩擦力的变化幅度较大,表明随着坡度的增加,重力沿着坡度方向分力的增加确实会对钢轨纵向受力产生较大影响,这也是坡度较大地段钢轨剥落掉块病害更加频繁的原因之一。(2)虽然部分应力指标的变化程度较大,但是轮轨等效应力以及剪切应力的变化很小,表明宏观上钢轨所受的综合应力指标并没有随着坡度的不同而产生较大的变化。(3)坡度从 0%~3.0%变化时,钢轨大部分应力指标变化不大(不超过

10%)，因此从钢轨受力分析的层面上讲，坡度并不是控制钢轨伤损的决定性因素。但是随着坡度的增加，列车重力势能转化为动能，需要更长的制动时间以保证列车停止，同时由于此时钢轨纵向应力的增

加，在坡度增加与列车制动时间变长的双重作用下，才导致比普通地段更加严重的伤损问题，但是其主要原因只在于制动作用本身，坡度对此的影响程度并不大。

表 6 坡度每变化 0.5% 时轮轨各项应力指标变化差值

Tab.6 Difference of the various stress indicators of the wheel and rail when the slope changes by 0.5%

Item	0%~0.5%	0.5%~1.0%	1.0%~1.5%	1.5%~2.0%	2.0%~2.5%	2.5%~3.0%
Equivalent stress of wheel-rail system	0.016	0.020	0.022	0.034	0.023	0.016
Equivalent stress on rail surface	0.013	0.019	0.112	0.160	0.054	0.078
Normal stress on rail surface	-0.058	-0.040	-0.045	-0.067	-0.037	-0.017
Total pressure on rail surface	0.003	0.005	0.011	0.008	0.003	0.006
Longitudinal shear stress on rail surface	0.968	1.046	0.787	3.280	1.000	1.057
Rail surface friction	1.015	1.124	0.539	0.460	0.004	0.004
Shear stress in XY direction of wheel-rail system	-0.080	-0.085	-0.046	-0.336	-0.114	-0.103
Shear stress in XY direction of rail	-0.044	-0.050	-0.050	-0.491	-0.120	-0.139

表 7 坡度从 0% 到 3.0% 变化时各项应力指标变化程度

Tab.7 Degree of change of the various stress indicators when the slope changes from 0% to 3.0%

Item	Change range
Slope	0~30
Equivalent stress of wheel-rail system	0.13
Equivalent stress on rail surface	0.44
Normal stress on rail surface	-0.26
Total pressure on rail surface	0.04
Longitudinal shear stress on rail surface	8.40
Rail surface friction	3.18
Shear stress in XY direction of wheel-rail system	-0.76
Shear stress in XY direction of rail	-0.89

## 4 结论

1) 通过有限元分析可知，在本研究的列车下坡制动工况中，坡度为 0%~3.0% 时，钢轨表面纵向切应力的拉应力已经达到 668.31~682.69 MPa，对于热轧态材质的钢轨而言，已经超过其屈服强度，因此在制动作用频繁的列车下坡进站地段，钢轨材质应该采用热处理后的钢轨，方可保证制动作用时钢轨不至于因为超过最大屈服强度而剥落。

2) 坡度为 0%~3.0% 时，除摩擦应力外，其余应力指标的增加幅度均随着坡度的增大而先增加后减小，其中坡度为 1.5%~2.0% 时，内应力变化幅度最明显，因此可以将该坡度范围作为坡度设计时的一个重要参考区间，设计人员在设计时应该尽量避免坡度超过 1.5%。

3) 坡度变化时，钢轨大部分应力指标变化不大（不超过 10%），因此从钢轨受力分析的层面上讲，坡度并不是控制钢轨伤损的决定性因素，为防止列车制动时钢轨表面局部应力过大，建议对该区段钢轨表面进行全长淬火处理，以提高钢轨的屈服强度。

## 参考文献:

- [1] 童大坝. 铁路轨道[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1996.
- [2] TONG Da-xun. Railroad track[M]. Beijing: China Railway Press, 1996.
- [3] ZAI Peng-pai. The finite element calculation on wheel-rail contact stress[J]. Rolling stock, 2007, 23: 457.
- [4] XU L, ZHU B, ABULFATHI M B, et al. Efficient statistics of the wheel-rail contact stress: cases on track geometric excitation[J]. Vehicle system dynamics, 2020(1): 1-21.
- [5] 金学松, 温泽峰, 张卫华. 两种型面轮轨滚动接触应力分析[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2): 5-11.
- [6] JIN Xue-song, WEN Ze-feng, ZHANG Wei-hua. Analysis of contact stresses of wheel and rail with two types of profiles[J]. Chinese journal of mechanical engineering, 2004, 40(2): 5-11.
- [7] GU S J, YANG X W, LIAN S L. An analysis of 3-D wheel-rail contact stress under heavy axle load using non-linear finite element method[J]. Applied mechanics & materials, 2014, 638-640: 1128-1134.
- [8] SHACKLETON P, STOW JU-LIAN, EICKHOFF B, et al. Reducing the diameter of freight vehicle wheels: The suitability of Q/D as a control for wheel-rail contact stress [J]. Vehicle wheels, 2013, 54: 262.
- [9] 俞展猷. 轮轨内部剪切应力及其影响因素的研究[J]. 中国铁道科学, 1999, 20(3): 11-19.
- [10] YU Zhan-you. Research on the internal wheel-rail shearing

- stress and influencing factors[J]. China railway science, 1999, 20(3): 11-19.
- [8] YI Xin-wen, GU Shao-jie, LIANG Song. An analysis of wheel-rail normal contact stress under 30 t-axle-load heavy haul train[J]. Journal of the China Railway Society, 2015, 37(6): 19-25.
- [9] 曹世豪, 江晓禹, 文良华. 轴重和摩擦力对轮轨接触疲劳的影响[J]. 表面技术, 2013, 42(6): 10-14.  
CAO Shi-hao, JIANG Xiao-yu, WEN Liang-hua. Influence of axle load and friction on the fatigue of wheel/rail contact[J]. Surface technology, 2013, 42(6): 10-14.
- [10] GRIDASOVA E, LOKTEV A. High frequency vibrations arising in system wheel-rail, part I: Mathematical modeling of the distribution stress in contact zone wheel-rail[J]. IOP conference series earth and environmental science, 2020, 459: 062086.
- [11] MAKOTO A. Development of finite model for analysis of rolling contact fatigue cracks in wheel/rail systems[J]. QR of RTRI, 2007, 48(1): 8-14.
- [12] LACK T, GERLICI J. Wheel/rail contact stress evaluation by means of the modified strip method[J]. Komunikacie, 2013, 15(3): 126-132.
- [13] SUNG K D, YANG W H, CHO M R. A study on the shape design and contact characteristic of wheel-rail for rolling stock[J]. Key engineering materials, 2000, 183-187: 493-498.
- [14] WANG P, GAO L, HOU B W. Influence of rail cant on wheel-rail contact relationship and dynamic performance in curves for heavy haul railway[J]. Applied mechanics & materials, 2013, 365-366: 381-387.
- [15] 张军, 刘佳欢. 不同牵引制动工况下轮轨接触有限元分析[J]. 北京建筑大学学报, 2016, 32(3): 127-131.  
ZHANG Jun, LIU Jia-huan. Element analysis of wheel/rail contact under different traction and braking conditions [J]. Journal of Beijing University of Civil Engineering and Architecture, 2016, 32(3): 127-131.
- [16] 马昌红, 史生良, 吴亚平, 等. 轮轨接触应力的有限元分析[J]. 石家庄铁道学院学报, 2006, 19(3): 32-35.  
MA Chang-hong, SHI Sheng-liang, WU Ya-ping, et al. The FEM analysis of the wheel-rail contact stress[J]. Journal of Shijiazhuang Railway Institute. 2006, 19(3): 32-35.
- [17] 蔡武, 温泽峰, 金学松. 钢轨接头轨缝对轮轨接触应力的影响[J]. 工程力学, 2006, 23(9): 173-178.  
CAI Wu, WEN Ze-feng, JIN Xue-song. Effects of rail gap on wheel-rail contact stresses[J]. Engineering mechanics, 2006, 23(9): 173-178.
- [18] 齐效文. 铁路轮轨接触应力数值分析[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2001.  
QI Xiao-wen. Numerical analysis of wheei/rail contact stress[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2001.
- [19] 肖乾. 轮轨滚动接触弹塑性分析及疲劳损伤研究[D]. 北京: 中国铁道科学研究院, 2012.  
XIAO Qian. The elasto-plastic analysis and fatigue damage research of wheel/rail rolling contact[D]. Beijing: China Academy of Railway Sciences, 2012.
- [20] 李士一, 肖华磊, 江晓禹. 轮轨接触表面微裂纹的扩展[J]. 钢铁研究学报, 2013, 25(6): 36-39.  
LI Shi-yi, XIAO Hua-lei, JIANG Xiao-yu. Growing of micro-crack on wheel/ rail contact surface[J]. Journal of iron and steel research, 2013, 25(6): 36-39.
- [21] 张澎湃, 井秀海. 轮轨接触应力的有限元计算[J]. 铁道车辆, 2007, 45(9): 5-8.  
ZHANG Peng-pai, JING Xiu-hai. The finite element calculation on wheel-rail contact stress[J]. Railway vehicles, 2007, 45(9): 5-8.
- [22] 张军, 仲政. 机车车辆轮轨接触问题的数值模拟[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2006, 34(9): 1231-1236.  
ZHANG Jun, ZHONG Zheng. Numerical analysis of locomotive and vehicle wheel-rail contact problems[J]. Journal of Tongji University (natural science), 2006, 34(9): 1231-1236.
- [23] 魏康, 何柏林, 杨宜景. 基于 ANSYS 的车轮材料特性对轮轨接触应力的影响[J]. 表面技术, 2015, 44(5): 123-128.  
WEI Kang, HE Ber-lin, YANG Yi-jing. Effect of wheel material properties on wheel-rail contact stress based on ANASYS[J]. Surface technology, 2015, 44(5): 123-128.
- [24] 肖乾, 林凤涛, 王成国, 等. 变摩擦因数条件下的轮轨滚动接触特性分析[J]. 铁道学报, 2012, 34(6): 24-28.  
XIAO Qian, LIN Feng-tao, WANG Cheng-guo, et al. Analysis on wheel-rail rolling contact characteristics with variable friction coefficient[J]. Journal of the China Railway Society, 2012, 34(6): 24-28.
- [25] GB 50157—2013, 地铁设计规范[S].  
GB 50157—2013, Code for design of metro[S].
- [26] 张银花, 陈朝阳, 周清跃. 钢轨屈服强度指标取值研究[J]. 铁道建筑, 2006(3): 92-94.  
ZHANG Yin-hua, CHEN Chao-yang, ZHOU Qing-yue. Research on the value of steel rail yield strength index[J]. Railway construction, 2006(3): 92-94.