

钛合金曲面超声辅助磁性磨料光整加工材料 去除规律及去除函数

马付建, 姜天佑, 刘宇, 杨大鹏, 沙智华, 张生芳

(大连交通大学, 辽宁 大连 116028)

摘要: **目的** 研究工件曲率半径、驻留时间以及加工角度对钛合金曲面超声辅助磁性磨料光整加工材料去除深度和材料去除曲线偏置程度的影响, 建立不同走刀方式下的材料去除函数。**方法** 在不同工件曲率半径、驻留时间和加工角度下, 对钛合金曲面工件进行单点抛光试验, 利用方差分析法, 研究各因素水平对材料去除深度及材料去除曲线偏置程度的影响规律, 采用最小二乘法拟合材料去除点坑在 xoz 平面和 $yo z$ 平面内的材料去除曲线, 基于二次多项式逐步回归方法, 构建不同加工工艺参数下, 材料去除曲线函数系数与加工工艺参数间的函数表达式, 建立不同走刀方式下的材料去除函数, 并对其进行准确性检验。**结果** 由材料去除深度方差分析可得: 驻留时间的 F 值为 8.06, 加工角度的 F 值为 2.296, 材料去除深度随驻留时间和工件曲率半径的增加而增加, 随加工角度的增大, 先增加后减小。由材料去除曲线偏置程度方差分析可得: 工件曲率半径的 F 值为 2.176, 加工角度的 F 值为 7.647, 材料去除曲线偏置程度随工件曲率半径的增大而减小, 随驻留时间和加工角度的增加而增加。此外, 拟合的材料去除函数相关系数值 R^2 在 0.97~0.99 范围内。**结论** 驻留时间对材料去除深度的影响最显著, 加工角度次之, 工件曲率半径影响最小。加工角度对材料去除曲线的偏置程度影响最显著, 工件曲率半径次之, 驻留时间影响最小。材料去除函数拟合结果较为准确, 能满足实际的加工要求。

关键词: 钛合金曲面; 超声辅助磁性磨料光整加工; 单点抛光; 二次多项式逐步回归; 材料去除函数

中图分类号: TG580 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2020)03-0290-10

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2020.03.037

Material Removal Rule and Removal Function for Ultrasonic Assisted Magnetic Abrasive Finishing of Titanium Alloy Curved Surface

MA Fu-jian, JIANG Tian-you, LIU Yu, YANG Da-peng, SHA Zhi-hua, ZHANG Sheng-fang

(Dalian Jiaotong University, Dalian 116028, China)

收稿日期: 2019-06-20; 修订日期: 2020-02-04

Received: 2019-06-20; Revised: 2020-02-04

基金项目: 国家自然科学基金项目 (5150051062); 辽宁省教育厅科学技术研究项目 (JDL2017033); 辽宁省自然科学基金 (20170540113)

Fund: Supported by the National Natural Science Foundation of China (5150051062), Science Research Project of Education Department of Liaoning Province (JDL2017033), Natural Science Foundation of Liaoning Province (20170540113)

作者简介: 马付建 (1982—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为难加工材料高效精密加工技术、特种加工技术与设备。

Biography: MA Fu-jian (1982—), Male, Doctor, Associate professor, Research focus: high efficiency and precision machining technology for difficult-to-cut materials, non-traditional machining technology and equipment.

通讯作者: 张生芳 (1973—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为难加工材料高效精密加工技术。邮箱: zsf@djtu.edu.cn

Corresponding author: ZHANG Sheng-fang (1973—), Male, Doctor, Professor, Research focus: high efficiency and precision machining technology for difficult-to-cut materials. E-mail: zsf@djtu.edu.cn

引文格式: 马付建, 姜天佑, 刘宇, 等. 钛合金曲面超声辅助磁性磨料光整加工材料去除规律及去除函数[J]. 表面技术, 2020, 49(3): 290-299.

MA Fu-jian, JIANG Tian-you, LIU Yu, et al. Material removal rule and removal function for ultrasonic assisted magnetic abrasive finishing of titanium alloy curved surface[J]. Surface technology, 2020, 49(3): 290-299.

ABSTRACT: The work aims to analyze the effect of the curvature radius of workpiece, dwell time and finishing angle on material removal depth and the offset degree of material removal curve in ultrasonic assisted magnetic abrasive finishing of titanium alloy curved surface and establish material removal functions for different tool paths. Single point finishing experiments were carried out on titanium alloy curved surface under different curvature radius of workpieces, dwell time and finishing angles. The variance analysis method was used to analyze the influence of various factors on material removal depth and the offset degree of material removal curve. The material removal curves of material removal pit in xoz plane and yo plane were fitted by the least squares method. The function expressions between the coefficient of material removal curve functions under different finishing parameters and the parameters were constructed based on quadratic polynomial stepwise regression method, and the accuracy of the function expressions was assessed. From the variance analysis of material removal depth, the F value of dwell time was equal to 8.06 and the F value of finishing angle was 2.296. The material removal depth rose with the increase of dwell time and the curvature radius of workpiece, and increased in the beginning and then decreased as the finishing angle enlarged. From the variance analysis of the offset degree of material removal curve, the F value of curvature radius of workpiece was equal to 2.176 and the F value of finishing angle was 7.647. The offset degree of material removal curve decreased as the curvature radius of workpiece increased, and rose with the increase of dwell time and finishing angle. In addition, the correlation coefficient value R^2 of the fitting material removal functions was in the range of 0.97 to 0.99. The dwell time has the most significant effect on the material removal depth, the secondary is finishing angle, and the last is the curvature radius of workpiece. The finishing angle has the most significant effect on the offset degree of material removal curve, the following is the curvature radius of workpiece, and the least is dwell time. The fitting result of material removal function is very accurate and can meet the actual finishing requirements.

KEY WORDS: titanium alloy curved surface; ultrasonic assisted magnetic abrasive finishing; single point finishing; quadratic polynomial stepwise regression; material removal function

钛合金具有高强度、耐高温、耐腐蚀以及良好的疲劳性能和断裂韧性等优良特性,目前已广泛应用于航空、航天、船舶和能源等领域的关键零部件上^[1]。这些应用中大都需对钛合金零件进行精密的光整加工,并对加工质量和加工效率有着较高的要求。但是钛合金材料的热传导率低、黏性高、工艺性能较差,属于典型的难加工材料,目前钛合金在光整加工过程中的加工质量和加工效率还有待进一步提高。

为了实现钛合金等难加工材料复杂零部件高质高效的光整加工,多种复合光整加工技术被应用到该类材料的光整加工中。其中,超声辅助磁性磨料光整加工(Ultrasonic assisted magnetic abrasive finishing, UAMAF)技术通过普通磁性磨料光整加工(Magnetic abrasive finishing, MAF)与超声振动的有机复合,可以显著提高难加工材料光整加工的质量和效率^[2-4]。UAMAF 的加工原理如图 1 所示。磁性磨料在磁极磁场作用下形成柔性的磁性磨料刷,磁性磨料刷与工件表面接触,形成与工件表面吻合的柔性接触区。在该区域中,磁性磨料在磁极工具旋转运动和超声振动的作用下,进行旋转运动的同时,高速冲击工件,通过微切削和高频撞击的联合作用对工件材料进行去除,并增加单位时间内参与加工的磁性磨料的数量以及每颗磁性磨料的去除体积,实现工件材料高质量和高效率加工^[5]。因此研究人员针对难加工材料开展了 UAMAF 的相关研究。

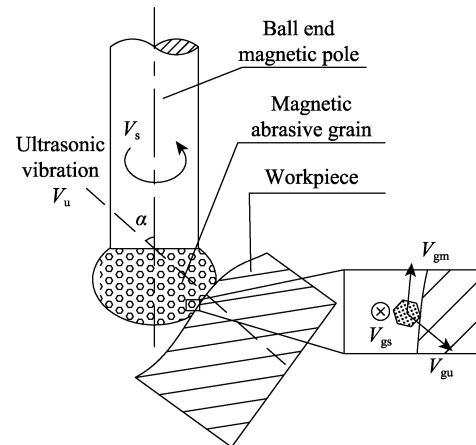


图 1 UAMAF 加工原理

Fig.1 Machining principle of UAMAF

在加工工艺研究方面, Kala 等^[6]在研制的双盘 UAMAF 装置上进行了铜合金的加工试验,获得了粗糙度 Ra 为 $0.053 \mu\text{m}$ 的高精度表面,并基于响应面法,建立了包含加工间隙、工具转速和磨粒粒径等参数的表面粗糙度模型。韩冰等^[4]针对超硬陶瓷管进行了 MAF 和 UAMAF 对比试验,结果表明,引入超声振动后,表面粗糙度明显改善,材料去除率提高了 70%,同时研究了超声振动频率和振幅对加工质量和加工效率的影响规律,发现采用高频率、小振幅,更有利于实现高质高效加工。刘鑫^[7]针对 TC4 钛合金开展了 UAMAF 工艺规律的研究,通过试验分析了加工时

间、超声振幅和主轴转速等工艺参数对光整加工的影响,并基于灰色关联度法,通过优化表面粗糙度和材料去除率,获得合理的工艺参数。

此外,部分学者在 UAMAF 的切削力和材料去除机理方面也进行了研究。Mulik 等^[8]研究了加工中磁性磨粒与磨削工件表面相互作用引起的表面纹理微观变化,通过观测加工后的表面三维形貌发现,光整加工表面呈现微纳级沟槽,表面纹理是由磁性磨料切削刃微切削的累积作用导致。Misra 等^[9]将 UAMAF 的材料去除归纳为稳态材料去除和瞬态材料去除,并且利用该材料去除率对工件表面粗糙度进行建模,所建立的模型表明了 UAMAF 的表面粗糙度与电源电压、加工间隙和超声振幅等参数有关。陶德松^[10]分析了 UAMAF 过程中材料的弹塑性作用,建立了单颗磨粒的切削力和材料去除深度模型,并引入去除概率系数,针对 TC4 钛合金建立了 UAMAF 材料去除率模型。

目前,国内外已在难加工材料 UAMAF 的加工可行性、工艺规律和材料去除机理等方面开展了一定研究,但针对钛合金曲面材料去除规律的研究相对较少,其材料去除函数模型尚未建立,导致钛合金曲面 UAMAF 的刀具轨迹规划和加工表面形貌难以控制。为此,本文针对典型的钛合金叶片曲面,开展了材料去除规律和材料去除函数研究,通过在不同加工工艺参数下对钛合金曲面工件进行抛光试验,分析工艺参数对材料去除深度以及材料去除曲线偏置程度的影响规律,并建立材料去除函数,为实现钛合金曲面高质高效的光整加工及刀具轨迹规划提供基础。

1 叶片曲面特性分析

1.1 等效离散模型建立

由于钛合金叶轮叶片曲面 $R(u,v)$ 属于直纹面,由两组参数线 u 线和 v 线组成,其中 v 线为直线,叶片可以看作由 v 线连续运动扫描而成,曲率变化平缓,因此在叶片曲面 u 线和 v 线相对较短的范围内,叶片曲面的局部形状可以看作圆柱曲面,如图 2 所示。

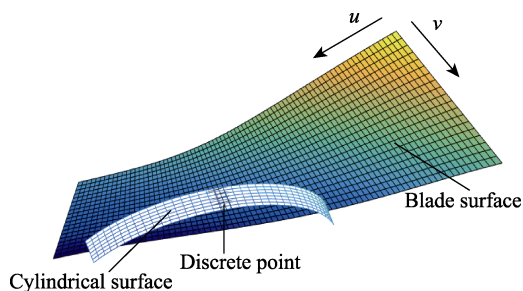


图2 叶片等效离散模型
Fig.2 Equivalent discrete model of blade

在钛合金叶片光整加工中,走刀路径主要有两种方式:沿着 u 线方向和沿着 v 线方向。当沿着 u 线方

向进给时,步长进给方向走刀路径为直线,行距进给方向走刀路径为曲线;当沿着 v 线方向进给时,步长进给方向走刀路径为曲线,行距进给方向走刀路径为直线。因此在两种走刀方式中,均可以将叶片曲面沿 u 线和 v 线方向进行离散,以曲率半径为离散点,对 u 向曲率半径的圆柱曲面进行近似,离散单元越小,近似结果越准确,把直纹面钛合金叶片工件等效离散为圆柱曲面,以获取 UAMAF 材料去除函数。

1.2 曲率半径求解

已知叶片曲面方程 $R(u,v)$, 其中 $u,v \in [0,1]$, 则叶片曲面上任意一点 P 的 u 向曲率半径为^[11]:

$$r_p = \left| \frac{\partial R}{\partial u} \right|^3 \left| \frac{\partial R}{\partial u} \times \frac{\partial^2 R}{\partial u^2} \right|^{-1} \Bigg|_{u=u_p, v=v_p} \quad (1)$$

为了确定叶片曲面等效离散模型圆柱曲面的弯曲方向,还需判断叶片曲面在该点 u 向曲线 $R(u,v_p)$ 的凹凸性。根据曲线函数凹凸性的判定原理,如果 $R(u,v_p)$ 在 $[0,1]$ 上连续,且具有一阶和二阶导数,那么在 $[0,1]$ 内,若在离散点 P 处的二阶导满足式(2),则在叶片曲面离散点 P 处, u 向曲线的弯曲方向为凹的。

$$\frac{\partial^2 R(u,v_p)}{\partial u^2} \Bigg|_{u=u_p} > 0 \quad (2)$$

如果 $R(u,v_p)$ 在离散点 P 处的二阶导满足式(3),则在叶片曲面离散点 P 处, u 向曲线的弯曲方向为凸的。

$$\frac{\partial^2 R(u,v_p)}{\partial u^2} \Bigg|_{u=u_p} < 0 \quad (3)$$

根据式(1)~(3),分别得到某典型叶片曲面各离散点 u 向曲率半径,即叶片等效离散的圆柱曲面曲率半径及其凹凸性,其中凸面曲率半径的范围为 214.7~2209.3 mm,凹面曲率半径的范围为 134.8~1620.1 mm。

2 材料去除试验

2.1 试验装置

钛合金曲面 UAMAF 材料去除试验在如图 3 所示的 UAMAF 试验平台上进行,该平台由超声振动系统集成在三轴联动数控机床上搭建而成,超声振动系统

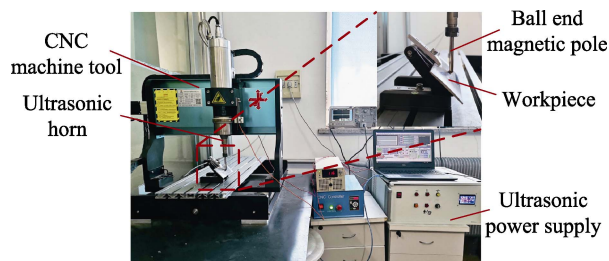


图3 UAMAF 试验平台
Fig.3 Experiment platform of UAMAF

由超声波电源、能量传输装置、换能器、变幅杆和球头磁极及相关附件等组成。超声振动系统的谐振频率为 21.7 kHz，振幅在 5~15 μm 之间连续可调。试验中采用的磁性磨料是由化学复合镀法制备而成，平均粒径为 300 μm，磁性磨料上金刚石磨粒的直径为 10 μm。研磨液是 8% 的 Castrol 9930 水溶性切削液，试件材料为 TC4 钛合金。

2.2 试验方案

试验采取单点加工方式，在预处理好的工件上保持球头磁极与工件位置的相对不变，在工件表面抛光接触点处，定点加工出材料去除点坑。为了提高钛合金曲面 UAMAF 的加工效率和表面质量，通常采用行切法，因此针对圆柱曲面钛合金工件，在单点加工试验时，根据球头磁极工具与工件的相对空间位置不同，主要有两种加工方式（如图 4 所示）：方式一为圆柱曲面工件中心直母线与刀轴矢量方向垂直，方式二为圆柱曲面工件中心直母线与刀轴矢量方向共面。

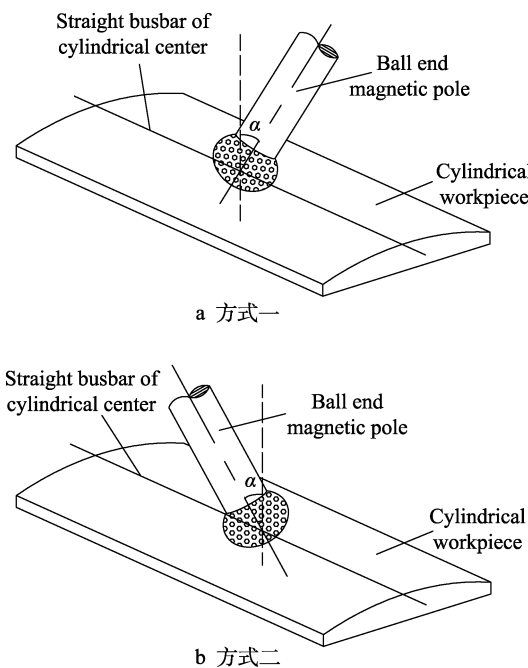


图 4 加工方式示意图
Fig.4 Schematic diagrams of finishing modes:
a) mode 1; b) mode 2

在 UAMAF 材料去除试验中，选取工件曲率半径、驻留时间以及加工角度等对钛合金曲面去除影响较大或表征工件尺寸的三个参数为变量，其他加工工艺参数选取前期研究中的优化方案，具体如表 1 所示。在三个变量中，凸面和凹面圆柱面工件曲率半径均为 100、150、225、340、510、765、1150、1725 mm，驻留时间为 15、20、25、30 min，加工角度为 30°、45°、60°、75°。采用混合型正交试验设计方法，凸面和凹面圆柱面 UAMAF 单点加工设计的正交试验方案如表 2 所示。

表 1 加工参数
Tab.1 Finishing parameters

Finishing parameters	Value
Spindle speed/(r·min ⁻¹)	1000
Feed rate/(mm·min ⁻¹)	20
Machining gap/mm	1.25
Amplitude/μm	10
Ultrasonic frequency/kHz	21.91

表 2 正交试验方案
Tab.2 Scheme of orthogonal experiment

Experiment number	Curvature radius/mm	Dwell time/min	Finishing angle/(°)
1	100	15	30
2	100	20	45
3	100	25	60
4	100	30	75
5	150	15	30
6	150	20	45
7	150	25	60
8	150	30	75
9	225	15	45
10	225	20	30
11	225	25	75
12	225	30	60
13	340	15	45
14	340	20	30
15	340	25	75
16	340	30	60
17	510	15	75
18	510	20	60
19	510	25	45
20	510	30	30
21	765	15	75
22	765	20	60
23	765	25	45
24	765	30	30
25	1150	15	60
26	1150	20	75
27	1150	25	30
28	1150	30	45
29	1725	15	60
30	1725	20	75
31	1725	25	30
32	1725	30	45

此外，由于材料去除函数试验加工方式分为两种，同时工件曲面也分为两种类型：类型 1 为凸面圆柱面，类型 2 为凹面圆柱面。因此试验分四组进行，如表 3 所示。

表 3 试验分组方案
Tab.3 Scheme of experiment groups

Surface types	Mode one	Mode two
Type one	First group (Mode one、Type one)	Second group (Mode two、Type one)
Type two	Third group (Mode one、Type two)	Fourth group (Mode two、Type two)

2.3 试验检测

钛合金工件加工前后的表面轮廓采用 Infinite Focus G5 三维形貌测量仪进行检测。材料去除点坑的示意图如图 5 所示, 试验中刀轴矢量位于材料去除点坑的 yo 平面内, 利用三维形貌仪测量其在 xoz 平面和 yo 平面内的加工前后的表面形貌曲线, 通过加工前后表面轮廓曲线数据对比, 得到材料去除点坑在 xoz 平面和 yo 平面内的材料去除曲线。

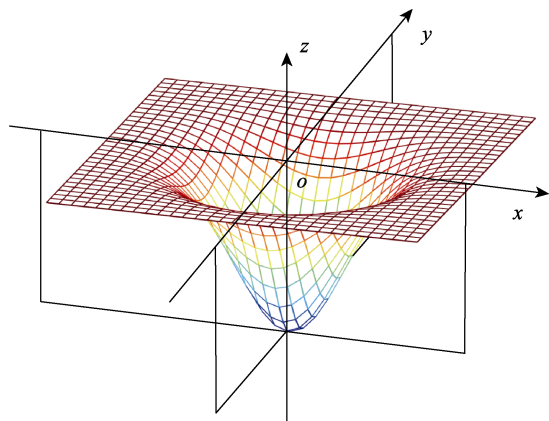


图 5 材料去除点坑示意图
Fig.5 Schematic diagram of material removing pit

3 材料去除规律研究

3.1 材料去除试验结果

根据表 2 所示的正交试验方案和表 3 所示的试验分组方案及表 1 所示的加工参数, 对钛合金圆柱曲面进行 UAMAF 材料去除试验, 并对加工前后工件表面的三维形貌进行测量。其中, 在如表 3 所示的第一组试验方案中, 当工件曲率半径为 100 mm, 驻留时间为 15 min, 加工角度为 30° 时, 测试得到的光整加工后工件表面形貌如图 6 所示。

根据材料去除点坑检测方法, 分别从三维形貌中提取材料去除点坑处, 加工前后 xoz 和 yo 平面内的表面轮廓曲线, 如图 7 所示。将加工前后的表面轮廓曲线按坐标位置逐点做差, 即可得到钛合金圆柱曲面 UAMAF 在 xoz 和 yo 平面内的材料去除曲线, 如图 8 所示。

由图 7 和图 8 可以看出, 由于球头磁极的半径与

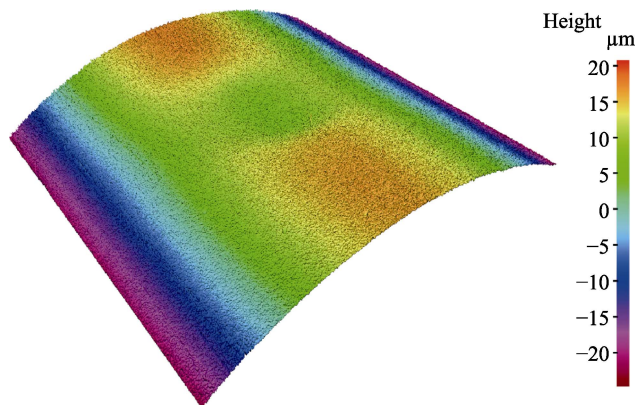


图 6 光整加工后工件表面形貌
Fig.6 Surface topography of workpiece after finishing

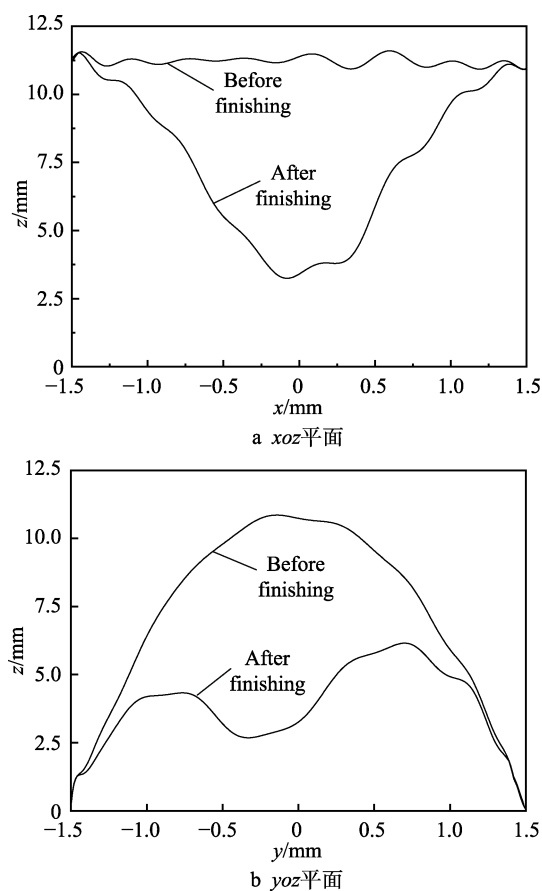


图 7 加工前后表面轮廓曲线
Fig.7 Surface profile curves before and after finishing:
a) xoz plane; b) yo plane

工件曲率半径相差较大, 在 xoz 和 yo 平面内, 材料去除作用的宽度基本一致, 均为 3 mm。由于刀轴矢量位于材料去除点坑 yo 平面内, 且与接触点法向存在一定加工角度, 导致在 yo 平面内, 材料去除点坑表面轮廓曲线及材料去除曲线均发生偏置, 而在 xoz 平面内, 磁性磨料刷左右对称, 因此材料去除点坑表面轮廓曲线及材料去除曲线均为对称分布。由图 8 还可以看出, 在 xoz 和 yo 平面内, 材料去除曲线均呈现一维高斯分布。

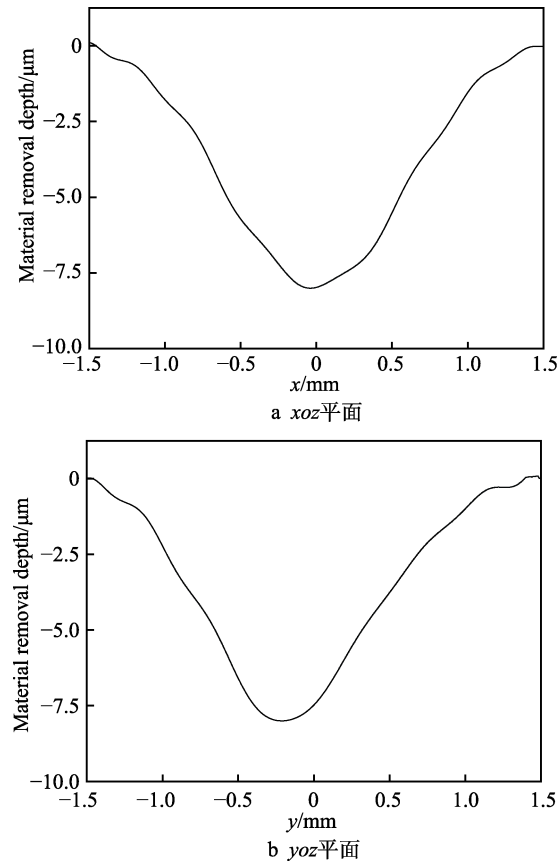


图 8 材料去除曲线
Fig.8 Material removal curves: a) xoz plane; b) yoz plane

3.2 材料去除规律分析

为了分析工件曲率半径、驻留时间以及加工角度对材料去除深度和材料去除曲线偏置程度的影响，需要对材料去除试验结果进行方差分析。

方差分析以各因素的显著性差异水平 F 值(即各因素均方与误差项均方的比值)作为对试验结果影响程度的判断标准^[12]，各因素偏差平方和计算公式为：

$$S_j = \frac{1}{r} \sum_{p=1}^m K_{pj}^2 - \frac{1}{n} T^2 \tag{4}$$

式中： r 为各因素水平数； K_{pj} 为正交表第 j 列水平号为 p ($p=1,2,\cdots,m$) 的 r 个试验结果总和； \bar{K}_{pj} 为其平均值， \bar{K}_{pj} 可以近似看作对应因素水平的变化对试验结果变化的影响程度； $T = \sum_{i=1}^n y_i$ ，为所有试验结果之和； n 为试验次数。

总偏差平方和为：

$$S = Q_T - \frac{1}{n} T^2 \tag{5}$$

式中： $Q_T = \sum_{i=1}^n y_i^2$ ，为试验结果平方之和。

各因素的 F 值为：

$$F_j = \frac{V_j}{V_e} \tag{6}$$

式中： V_j 和 V_e 分别为各因素和误差项的平均偏差平方和，其中 $V_j=S_j/f_j$ 、 $V_e=S_e/f_e$ ， S_e 为误差偏差平方和，若 S_e 较小，会导致各因素均存在较高显著性。为提高分析精度，可将各因素偏差平方和中的最小值并入误差偏差平方和，其自由度也并入误差自由度^[13]，即 $f_j=r-1$ 为各因素自由度， f_e 为误差自由度。

用材料去除曲线峰值的绝对值表示材料去除深度，用 $yo z$ 平面内材料去除曲线在峰值处横坐标的绝对值表示其偏置程度，利用方差分析方法得到四组试验的方差分析结果，其中第一组试验的材料去除规律方差分析结果如表 4、5 所示，各因素水平对材料去除的影响如图 9 所示。

表 4 材料去除深度
Tab.4 Material removal depth

Source of variance	Square of deviance	Degree of freedom	Mean square error	Value of F	Significance
Dwell time/min	63.620	3	21.207	8.060	***
Finishing angle/(°)	18.122	3	6.041	2.296	*
Error	16.095	25	2.631	—	—
Sum	97.837	31	—	—	—

表 5 材料去除曲线偏置程度
Tab.5 Offset degree of material removal curve

Source of variance	Square of deviance	Degree of freedom	Mean square error	Value of F	Significance
Curvature radius/mm	0.0256	7	0.0037	2.176	*
Finishing angle/(°)	0.0388	3	0.0130	7.647	***
Error	0.0052	21	0.0017	—	—
Sum	0.0697	31	—	—	—

工件曲率半径、驻留时间以及加工角度的 F 值分别为 F_r 、 F_t 和 F_a 。根据影响因素显著性判断标准^[14]，从表 4 可知， $F_t=8.06>F_{0.01}(3,25)=4.68$ ，驻留时间的水平变化对材料去除深度有极显著的影响； $F_{0.05}(3,25)=2.99>F_a=2.296>F_{0.10}(3,25)=2.23$ ，加工角度的水平变化对材料去除深度有一定影响。因此驻留时间对材料去除深度的影响最显著，加工角度次之，工件曲率半径影响最小。由图 9a 可知，随着驻留时间的延长，材料去除深度线性增大，当驻留时间从 15 min 延长至 30 min 时，材料去除深度从 7.5 μm 增加至 16.4 μm，增加了 118.1%；随加工角度增大，材料去除深度先增加后减小，当加工角度为 45°时，材料去除深度达到最大 15 μm；随工件曲率半径增大，材料去除深度缓慢增加，当曲率半径从 100 mm 增大至 1725 mm

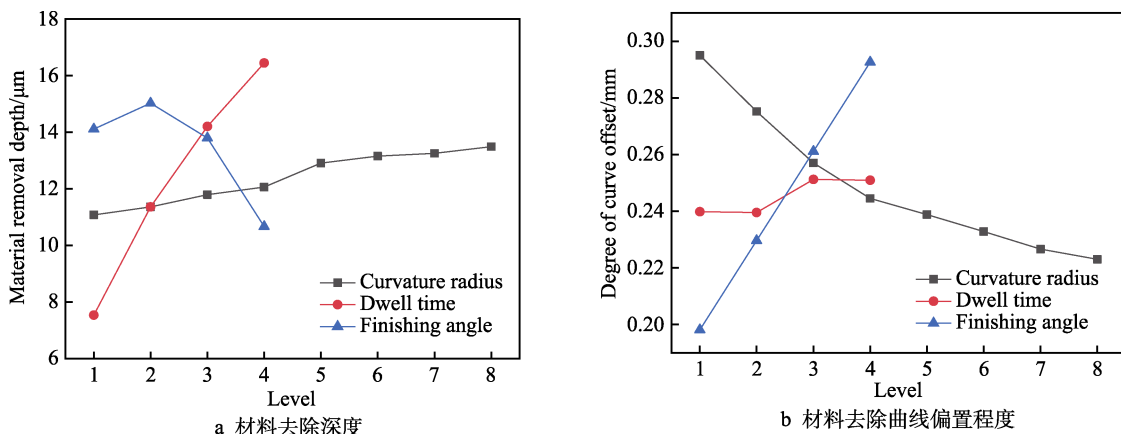


图9 各因素水平对材料去除的影响

Fig.9 Influence of various factors on the material removal:

a) material removal depth; b) offset degree of material removal curve

时,材料去除深度从 11.1 μm 增加到 13.5 μm,增加了 21.53%。

从表 5 可知, $F_{0.05}(7,21)=2.49 > F_r=2.176 > F_{0.01}(7,21)=2.02$, 工件曲率半径的水平变化对材料去除曲线偏置程度有一定影响; $F_a=7.647 > F_{0.01}(3,21)=4.87$, 加工角度的水平变化对材料去除曲线偏置程度有极显著的影响。因此加工角度对材料去除曲线的偏置程度影响最显著,工件曲率半径次之,驻留时间影响最小。由图 9b 可知,加工角度增大,材料去除曲线偏置程度线性增加,当加工角度从 15°增大到 75°时,材料去除曲线偏置程度从 0.198 mm 增加至 0.293 mm;工件曲率半径增大,材料去除曲线偏置程度逐渐减小,当曲率半径从 100 mm 增大至 1725 mm 时,材料去除曲线偏置程度从 0.295 mm 降低到 0.223 mm;驻留时间延长,材料去除曲线偏置程度缓慢增大,当驻留时间从 15 min 延长至 30 min 时,材料去除曲线偏置程度从 0.240 mm 增加至 0.251 mm。

4 材料去除函数模型建立

4.1 材料去除曲线函数拟合

为了得到材料去除函数,首先需要对试验所得的材料去除曲线进行数值函数拟合。由试验结果可知,钛合金圆柱曲面 UAMAF 在 $yo\bar{z}$ 平面内的材料去除曲线可近似为一维高斯分布,其数学表达式为:

$$f(x) = a_i e^{-\frac{x^2}{2c_i^2}} \quad (7)$$

式中: a_i 为材料去除曲线的峰值; c_i 为标准偏差。其中, i ($i=1,2,3,4$) 代表表 3 所示的 4 种分组类型。

为了便于对材料去除曲线进行函数拟合,对一维高斯函数两边取对数,利用最小二乘法求解拟合函数,即给定数据点 $P_j(x_j, y_j)$ ($j=1,2,\dots,m$),求近似曲线

$y=f(x)$,使近似曲线 $f(x)$ 与原材料去除曲线 $\varphi(x)$ 的均方差平方和最小,其均方差平方和的计算公式为:

$$Q(a_i, c_i) = \sum_{j=1}^m (\ln f(x_j) - y_j)^2 = \sum_{j=1}^m \left(\ln a_i - \frac{1}{2c_i^2} x_j^2 - y_j \right)^2 \quad (8)$$

根据多元函数的极值原理,将均方差平方和公式中的 a_i 和 c_i 看作未知量,对其求偏导,便可得到材料去除曲线的拟合函数 $f(x)$ 的系数 a_i 和 c_i 。

此外,由试验结果可以观察到,钛合金圆柱曲面 UAMAF 在 $yo\bar{z}$ 平面内的材料去除曲线发生了偏置,则需采用偏态分布的一维高斯函数作为基函数进行拟合,其数学表达式为一维高斯函数的密度函数与分布函数的乘积^[15],即:

$$f(x) = a_i e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2c_i^2}} \int_{-\infty}^{\frac{\lambda_i(x-\mu_i)}{c_i}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (9)$$

式中: a_i 为材料去除曲线函数的峰值, c_i 为标准偏差, λ_i 为偏置系数, μ_i 为常数。其中, i ($i=1,2,3,4$) 代表表 3 所示的 4 种分组类型。

偏态一维高斯函数的均方差平方和公式为:

$$Q(a_i, \lambda_i, c_i, \mu_i) = \sum_{j=1}^m (\ln f(x_j) - y_j)^2 = \sum_{j=1}^m \left(\ln a_i - \frac{(x_j - \mu_i)^2}{2c_i^2} + \ln E - y_j \right)^2 \quad (10)$$

式中: $E = \int_{-\infty}^{\frac{\lambda(x_j - \mu_i)}{c_i}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 。将均方差平方和公式中的 a_i 、 λ_i 、 c_i 和 μ_i 看作未知量,同理可求出基于偏态一维高斯函数的材料去除曲线拟合函数 $f(x)$ 的系数 a_i 、 λ_i 、 c_i 和 μ_i 。

因此,第一组试验中工件曲率半径为 100 mm,驻留时间为 15 min,加工角度为 30°时的材料去除曲线以及其拟合函数曲线,如图 10 所示。

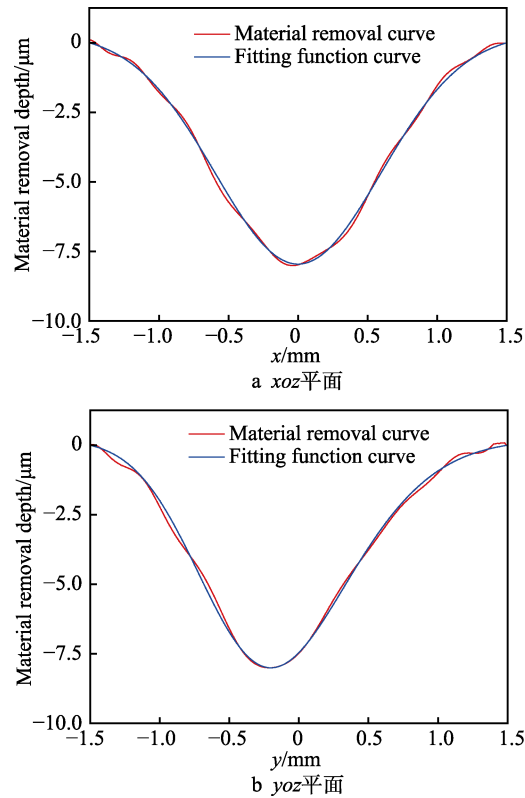


图 10 材料去除曲线和其拟合函数曲线
Fig.10 Material removal curves and fitting function curves:
a) xoz plane; b) yoz plane

钛合金曲面 UAMAF 材料去除曲线拟合函数的精度可采用测得的材料去除曲线与拟合函数曲线的相关系数 R^2 进行评价, 其分布区间为 $(0,1)$, R^2 越接近 1, 说明拟合精度越高, 具体计算公式为:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \tag{11}$$

式中: $\sum_{i=1}^n y_i^2$ 为总平方和, $\sum_{i=1}^n y_i^2 - \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2$ 为回归平方和, 即总平方和减去残差平方和。

分别以式(7)和式(9)为基函数, 对四组试验结果在 xoz 和 yoz 平面内的材料去除曲线进行函数拟合, 并对其相关系数 R^2 进行计算, 即可得到四组材料去除曲线函数系数及其相关系数, 其中第一组试验所得的材料去除曲线函数系数及其相关系数如表 6、7 所示。

4.2 材料去除函数拟合

材料去除曲线的拟合函数仅仅表征了不同加工参数下的材料去除曲线特征, 为了表征钛合金曲面 UAMAF 材料去除函数, 需要建立不同加工参数下材料去除曲线函数系数与加工参数间的函数关系。由如表 6、7 所示的材料去除曲线拟合结果可知, 在材料去除作用宽度基本一致时, 材料去除曲线函数系数

表 6 xoz 平面拟合函数系数与其相关系数
Tab.6 Coefficient of xoz plane fitting function and its correlation coefficient

Experiment number	Coefficients of fitting function	Correlation coefficient
1	$a=-8.656\times10^{-3}, c=0.792$	0.996
2	$a=-11.897\times10^{-3}, c=0.793$	0.991
3	$a=-12.751\times10^{-3}, c=0.781$	0.994
4	$a=-13.325\times10^{-3}, c=0.789$	0.989
...
36	$a=-18.325\times10^{-3}, c=0.791$	0.99

表 7 yoz 平面拟合函数系数与其相关系数
Tab.7 Coefficient of yoz plane fitting function and its correlation coefficient

Experiment number	Coefficients of fitting functions	Correlation coefficient
1	$a=-5.722\times10^{-3}, \lambda=1.021, \mu=-0.055, c=0.493$	0.992
2	$a=-7.621\times10^{-3}, \lambda=1.108, \mu=-0.131, c=0.501$	0.991
3	$a=-8.489\times10^{-3}, \lambda=1.211, \mu=-0.255, c=0.505$	0.987
4	$a=-8.966\times10^{-3}, \lambda=1.401, \mu=-0.402, c=0.497$	0.991
...
36	$a=-12.221\times10^{-3}, \lambda=1.141, \mu=-0.206, c=0.501$	0.989

c_i 趋于常数, 因此只需分别建立材料去除曲线函数系数 a_i 、 λ_i 和 μ_i , 与其所对应的加工参数间的函数表达式即可。

在工程实际中, 为了表述性能与设计变量间的函数关系, 通常利用二次多项式逐步回归法建立近似显函数^[16], 其模型表达式为

$$f = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{i < j} b_{ij} x_i x_j \tag{12}$$

式中: f 为不同加工参数下材料去除曲线函数的系数; b_0 为常数项系数, b_i 为一次项系数, b_{ii} 和 b_{ij} 为二次项待定系数; x_i 、 x_j 为加工参数设计变量分量; n 为加工参数设计变量的个数。

二次多项式逐步回归法的基本原理是在引入变量的同时对其进行逐步回归检验, 直至所有显著性变量被引入, 假设对因变量 f 有影响的设计变量共有 m 个, 即 x_1 、 x_2 、 \cdots 、 x_m , 同时进行 n 组试验, 假设已选入对试验结果 Y_1 、 Y_2 、 \cdots 、 Y_n 有显著影响的 $q-1$ 个设计变量 x_1 、 x_2 、 \cdots 、 x_{q-1} , 此时 x_1 、 x_2 、 \cdots 、 x_{q-1} 与试验结果 Y 的回归模型为:

$$Y = X_q \phi_q + \varepsilon \tag{13}$$

式中: ε 为模型误差, 将设计变量 x_q 、 x_{q+1} 、 \cdots 、 x_m 继续引入到回归模型, 当引入 x_q 时, 式(13)变为:

$$Y = (X_q, x_i) \begin{bmatrix} \phi_q \\ \beta_i \end{bmatrix} + \varepsilon, i = (q, q+1, \dots, m) \quad (14)$$

其假设检验统计量为^[17]:

$$F_0(i) = (m-q-1) \cdot \beta_i^2 (x_q' N_q x_{q=i}) / RSS_{q+1} \quad (15)$$

式中: β_i 、 RSS_{q+1} 分别为回归模型系数的最小二乘估计与残差平方和, $N_q = 1 - X_q'(X_q'X)^{-1}X_q$ 。

假定 $F_0(q)$ 为 $F_0(i)$ 中最大者, 如果满足式(16),

则变量被引入, 反之剔除, 再逐个检验剩余变量, 直至所有满足要求的变量被引入。

$$F_0(q) \neq F_{m-q-1}(\alpha) \quad (16)$$

根据二次多项式逐步回归模型建立方法, 即可得到钛合金曲面 UAMAF 在 xoz 平面内的材料去除曲线函数系数 a_i' 和 $yoze$ 平面内的材料去除曲线函数系数 a_i 、 λ_i 及 μ_i 与其所对应的加工参数间的回归方程。其中第一组试验的各回归方程的系数如表 8 所示。

表 8 回归方程系数
Tab.8 Coefficients of regression equations

Coefficients	$f_{a1'}$	f_{a1}	$f_{\lambda 1}$	$f_{\mu 1}$
b_r	-1.127×10^{-6}	-7.362×10^{-7}	0	-2.984×10^{-5}
b_t	-8.948×10^{-2}	5.85×10^{-2}	-1.629×10^{-3}	0
b_a	0	0	-3.435×10^{-3}	2.149×10^{-4}
b_{rr}	8.328×10^{-2}	5.442×10^{-10}	1.527×10^{-8}	5.733×10^{-9}
b_{tt}	5.679×10^{-2}	3.711×10^{-2}	1.5×10^{-5}	-7.863×10^{-6}
b_{aa}	-1.607×10^{-8}	-1.05×10^{-8}	-1.222×10^{-4}	-7.625×10^{-5}
b_{rt}	-2.609×10^{-6}	-1.705×10^{-6}	1.87×10^{-6}	5.152×10^{-7}
b_{ra}	-7.225×10^{-9}	-4.721×10^{-9}	2.933×10^{-8}	1.022×10^{-8}
b_{ta}	2.409×10^{-4}	1.575×10^{-4}	0	1.743×10^{-6}
b_0	8.98×10^{-3}	5.871×10^{-3}	1.051	1.281×10^{-1}

4.3 材料去除函数拟合准确性检验

基于二次多项式逐步回归法, 建立材料去除函数模型后, 同理利用式(11)计算拟合的材料去除函数曲线与试验所得去除曲线间的相关系数 R^2 , 以检验其拟合精度。在表 1 所示的 32 个试验中, 每隔 4 个取 1 个试验样本, 共抽取 8 个试验样本进行检验, 其材料去除函数曲线与试验所得去除曲线的相关系数值如

图 11 所示。

由图 11 可知, 在所选取的样本检验点中, 拟合的材料去除函数曲线与试验所得去除曲线的相关系数值 R^2 在 0.97~0.987 范围内, 拟合结果较为准确。误差产生的主要原因为试验数据量较大, 信息较多, 且通过二次拟合, 即材料去除曲线的拟合后, 再次建立材料去除曲线系数与加工参数变量的函数表达式会产生累计误差, 降低拟合精度。

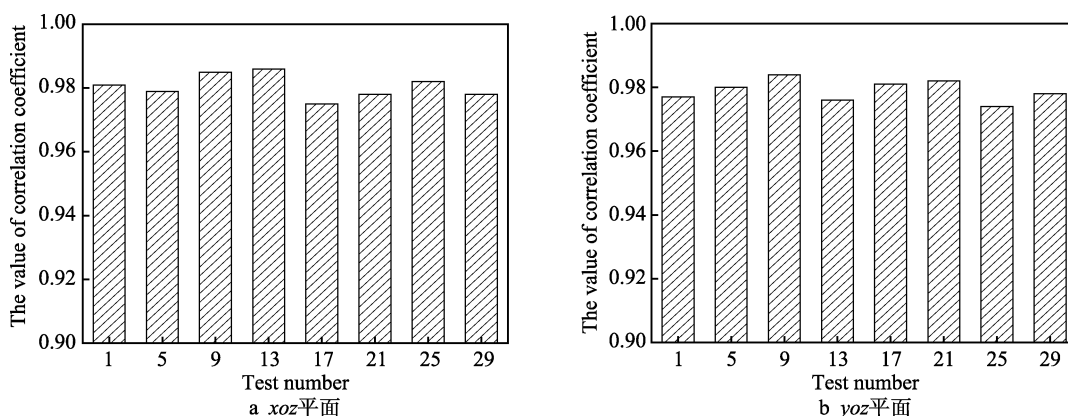


图 11 材料去除函数拟合准确性检验

Fig.11 Accuracy examination of fitting material removal functions: a) xoz plane; b) $yoze$ plane

5 结论

1) 驻留时间对材料去除深度的影响最显著, 加工角度次之, 工件曲率半径影响最小。驻留时间延长, 材料去除深度线性增大, 当驻留时间从 15 min 延长

至 30 min 时, 材料去除深度从 $7.5 \mu\text{m}$ 增加至 $16.4 \mu\text{m}$, 增加了 118.1%; 加工角度增大, 材料去除深度先增加后减小, 当加工角度为 45° 时, 材料去除深度达到最大, 为 $15 \mu\text{m}$; 工件曲率半径增大, 材料去除深度缓慢增加, 当曲率半径从 100 mm 增大至 1725 mm 时, 材料去除深度从 $11.1 \mu\text{m}$ 增加到 $13.5 \mu\text{m}$, 增加了

21.5%。

2) 加工角度对材料去除曲线的偏置程度影响最显著, 工件曲率半径次之, 驻留时间影响最小。加工角度增大, 材料去除曲线偏置程度线性增加, 当加工角度从 15° 增大到 75° 时, 材料去除曲线偏置程度从 0.198 mm 增加至 0.293 mm; 工件曲率半径增大, 材料去除曲线偏置程度逐渐减小, 当曲率半径从 100 mm 增大至 1725 mm 时, 材料去除曲线偏置程度从 0.295 mm 降低到 0.223 mm; 驻留时间延长, 材料去除曲线偏置程度缓慢增大, 当驻留时间从 15 min 延长至 30 min 时, 材料去除曲线偏置程度从 0.240 mm 增加至 0.251 mm。

3) 基于二次多项式逐步回归法, 建立了典型钛合金曲面工件整体叶轮叶片不同走刀方式下的 UAMAF 材料去除函数, 并进行了准确性检验。结果表明, 相关系数数值 R^2 在 0.97~0.987 范围内, 拟合结果较为准确。误差产生的主要原因为试验数据点较多, 信息量较大, 且二次拟合产生了累计误差。

参考文献:

- [1] 金和喜, 魏克湘, 李建明, 等. 航空用钛合金研究进展[J]. 中国有色金属学报, 2015, 25(2): 280-292.
JIN He-xi, WEI Ke-xiang, LI Jian-ming, et al. Research development of titanium alloy in aerospace industry[J]. The Chinese journal of nonferrous metals, 2015, 25(2): 280-292.
- [2] 韩冰, 云昊, 陈燕, 等. 振动辅助磁力研磨超硬精密 Al_2O_3 陶瓷管内表面试验研究[J]. 摩擦学学报, 2016, 36(2): 169-176.
HAN Bing, YUN Hao, CHEN Yan, et al. Experimental study of vibration-assisted magnetic abrasive finishing on inner surface of superhard precise Al_2O_3 ceramic tubes[J]. Tribology, 2016, 36(2): 169-176.
- [3] 刘顺, 韩冰, 陈燕, 等. 超声磁粒复合研磨对石英玻璃管内表面的光整研究[J]. 表面技术, 2018, 47(6): 265-270.
LIU Shun, HAN Bing, CHEN Yan, et al. Inner surface finishing of quartz glass tube by ultrasonic magnetic particle composite grinding [J]. Surface technology, 2018, 47(6): 265-270.
- [4] 马付建, 陶德松, 宫臣, 等. 难加工合金材料复杂曲面磁性磨料光整加工技术[J]. 河北科技大学学报, 2016, 37(5): 449-456.
MA Fu-jian, TAO De-song, GONG Chen, et al. Technology of magnetic abrasive finishing in machining of difficult-to-machine alloy complex surface[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2016, 37(5): 449-456.
- [5] 芦亚萍, 马季, 张军强, 等. 超声磁粒复合研磨技术[J]. 煤炭学报, 2007, 32(5): 552-556.
LU Ya-ping, MA Ji, ZHANG Jun-qiang, et al. Ultrasonic magnetic abrasive finishing technology[J]. Journal of China Coal Society, 2007, 32(5): 552-556.
- [6] KALA P, PANDEY P M. Experimental investigations into ultrasonic-assisted double-disk magnetic abrasive finishing of two paramagnetic materials[J]. Proceedings of the institution of mechanical engineers, part B: Journal of engineering manufacture, 2015, 231(6): 1021-1038.
- [7] 刘鑫. 钛合金超声辅助磁性磨料光整加工工艺研究[D]. 大连: 大连交通大学, 2018.
LIU Xin. Research on process of ultrasonic assisted magnetic abrasive finishing of titanium alloy[D]. Dalian: Dalian Jiaotong University, 2018.
- [8] MULIK R S, PANDEY P M. Mechanism of surface finishing in ultrasonic-assisted magnetic abrasive finishing process[J]. Materials and manufacturing processes, 2010, 25(12): 1418-1427.
- [9] MISRA A, PANDEY P M, DIXIT U S. Modeling of material removal in ultrasonic assisted magnetic abrasive finishing process[J]. International journal of mechanical sciences, 2017, 131: 853-867.
- [10] 陶德松. 钛合金超声辅助磁性磨料光整加工切削力与材料去除规律研究[D]. 大连: 大连交通大学, 2018.
TAO De-song. Study on cutting force and material removal laws of titanium alloy by ultrasonic assisted magnetic abrasive finishing[D]. Dalian: Dalian Jiaotong University, 2018.
- [11] 王明, 海椒, 李晓鹏. 叶片型面曲率属性对数控铣削加工过程的影响[J]. 航空动力学报, 2013, 28(1): 25-31.
WANG Ming, HAI Zhuo, LI Xiao-peng. Effect of curvature attribute of free-form surface on CNC milling process[J]. Journal of aerospace power, 2013, 28(1): 25-31.
- [12] 刘瑞江, 张业旺, 闻崇伟, 等. 正交试验设计和分析方法研究[J]. 实验技术与管理, 2010, 27(9): 52-55.
LIU Rui-jiang, ZHANG Ye-wang, WEN Chong-wei, et al. Study on the design and analysis methods of orthogonal experiment[J]. Experimental technology and management, 2010, 27(9): 52-55.
- [13] 王雪松, 朱美新, 陈铭. 驾驶员前向避让行为特征的降维及多元方差分析[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2016, 44(12): 1858-1866.
WANG Xue-song, ZHU Mei-xin, CHEN Ming, et al. Dimension reduction and multivariate analysis of variance for drivers' forward collision avoidance behavior characteristics[J]. Journal of Tongji University (natural science), 2016, 44(12): 1858-1866.
- [14] 冯青松, 孙魁, 王威, 等. 现代有轨电车嵌入式轨道复合地基优化分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2018, 48(4): 37-41.
FENG Qing-song, SUN Kui, WANG Wei, et al. Optimization analysis of modern tram embedded track composite foundation[J]. Scientia sinica technologica, 2018, 48(4): 37-41.
- [15] 董连平, 樊民强, 杨宏丽, 等. 基于广义偏斜正态分布的分配曲线数学模型[J]. 煤炭学报, 2013, 38(10): 1856-1861.
DONG Lian-ping, FAN Min-qiang, YANG Hong-li, et al. Mathematical model for partition curve based on generalized normal skew distribution[J]. Journal of China Coal Society, 2013, 38(10): 1856-1861.
- [16] 金燕, 刘少军. 基于人工神经网络的航空轴承疲劳可靠性分析[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2018, 39(6): 850-855.
JIN Yan, LIU Shao-jun. Fatigue reliability analysis of aviation bearings based on ANN[J]. Journal of Northeastern University (natural science), 2018, 39(6): 850-855.
- [17] 王利, 张勤, 黄观文, 等. 基于指数平滑法的 GPS 卫星钟差预报[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2017, 42(7): 995-1001.
WANG Li, ZHANG Qin, HUANG Guan-wen, et al. GPS satellite clock bias prediction based on exponential smoothing method[J]. Journal of Wuhan University (information science edition), 2017, 42(7): 995-1001.