

直齿圆锥齿轮的时变弹流润滑分析

魏聪, 王优强, 周亚博, 龙慎文

(青岛理工大学 机械工程学院, 山东 青岛 266520)

摘要: **目的** 研究直齿圆锥齿轮传动过程中稳态和非稳态下的压力和膜厚, 为降低直齿圆锥齿轮的表面磨损及齿轮设计提供理论指导。**方法** 将一对直齿圆锥齿轮等效为一对圆锥滚子模型, 运用无限长线接触理论, 建立直齿圆锥齿轮啮合过程中的弹流润滑计算模型, 先对直齿圆锥齿轮进行等温稳态弹流润滑分析, 计算并分析了直齿圆锥齿轮大端和小端啮入、啮出点的油膜压力及油膜厚度, 求解并分析了小端啮合区间五个特殊点的油膜压力和膜厚。考虑瞬态时变效应的影响, 计算并分析了直齿圆锥齿轮在三个特殊瞬时点的油膜压力和油膜厚度。最后研究齿面在高斯分布粗糙度函数和余弦粗糙度函数作用下的弹流润滑数值解, 在此基础上计算了不同幅值和波长下的油膜压力和油膜厚度。压力求解采用多重网格法, 弹性变形采用多重网格积分法。**结果** 稳态等温条件下, 小端啮入点和啮出点的出口油膜厚度略小于大端, 小端啮合区间的最小油膜厚度从啮入点到啮出点逐渐增大。在瞬态时变效应下, 啮入点的油膜压力大于节点和啮出点的油膜压力, 其油膜厚度较其他两个瞬时点的油膜厚度小。高斯分布粗糙度函数作用下的油膜压力在赫兹接触区有明显的局部压力峰, 油膜厚度在赫兹接触区有局部波动; 余弦粗糙度函数作用下的油膜压力和油膜厚度在赫兹接触区有波动, 且粗糙度幅值和波长越大, 波动程度越明显。**结论** 采用高斯分布粗糙度函数时, 油膜压力的变化相对比较缓和, 采用余弦粗糙度函数的最大油膜压力小于采用高斯分布粗糙度函数的最大油膜压力, 和高斯分布粗糙度函数相比, 余弦粗糙度函数下的油膜厚度在赫兹接触区呈现周期性波动。

关键词: 弹流润滑; 时变; 啮入点; 啮出点; 赫兹接触区; 粗糙度函数

中图分类号: TH117 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3660(2018)06-0202-08

DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2018.06.029

Analysis on Isothermal Time-varying Elastohydrodynamic Lubrication of Spur Bevel Gear

WEI Cong, WANG You-qiang, ZHOU Ya-bo, LONG Shen-wen

(School of Mechanical Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao 266520, China)

ABSTRACT: The work aims to reduce surface wear and provide theoretical guidance for gear design by studying pressure and film thickness in steady state and unsteady state during spur bevel gear transmission. A pair of spur bevel gears were equivalent to a pair of tapered roller models, calculation model of elastohydrodynamic lubrication during spur bevel gear meshing was established based upon infinite line contact theory. Isothermal elastohydrodynamic lubrication was analyzed first, oil film pressure and oil film thickness at point of engaging-in and point of engaging-out were calculated and analyzed on large end and small end

收稿日期: 2017-12-18; 修订日期: 2018-03-11

Received: 2017-12-18; Revised: 2018-03-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51575289, 51705270); 山东省自然科学基金培养基金项目 (2016ZRB01AJX)

Fund: Supported by the National Natural Science Foundation of China (51575289, 51705270) and Project of Natural Science Foundation of Shandong Province (2016ZRB01AJX)

作者简介: 魏聪 (1992—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为直齿圆锥齿轮的弹性流体动力润滑分析。

Biography: WEI Cong (1992—), Male, Master, Research focus: elastohydrodynamic lubrication of straight bevel gear.

通讯作者: 王优强 (1970—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为齿轮及轴承的弹流润滑研究。

Corresponding author: WANG You-qiang (1970—), Male, Doctor, Professor, Research focus: elastohydrodynamic lubrication of gears and bearings.

of the gear. Oil film pressure and film thickness at five special points in small-end meshing interval were solved and analyzed. Allowing for the effects of transient time-varying effect, the oil film pressure and oil film thickness of spur bevel gear at three special instantaneous points were calculated and analyzed. Finally, numerical solution of the elastohydrodynamic lubrication under the effects of Gaussian rough asperity and cosine asperity was taken into account. On this basis, the oil film pressure and oil film thickness at different roughness peaks and wavelengths were calculated. The pressure was calculated in multi-grid method, and elastic deformation was calculated in multi-grid integration method. Under steady isothermal condition, the exit oil film thickness at point of engaging-in and point of engaging-out on the small end was slightly smaller than that on the large end. Minimum film thickness in small-end meshing interval gradually increased from the point of engaging-in to point of engaging-out. Under instantaneous transient effect, the oil film pressure at point of engaging-in was higher than that at point of engaging-out, and oil film thickness was lower than that at the other two instantaneous points. The oil film pressure under effect of Gaussian roughing asperity exhibited obvious partial pressure peak in Hertzian contact area, the oil film pressure showed partial depression in the Hertzian contact area. The oil film pressure and oil film thickness fluctuated in the Hertzian contact area under the effect of cosine roughness function, and fluctuation degree was more obvious as roughness amplitude and wavelength increased. Oil film pressure changes relatively mildly under the effect of Gaussian distribution roughness function, the maximum oil film pressure under the effect of cosine roughness function is lower than that under the effect of Gaussian distribution roughness function. Compared with oil film thickness under the effect of Gaussian distribution roughness function, the thickness under the effect of cosine roughness function shows periodic fluctuation in Hertzian contact zone.

KEY WORDS: elastohydrodynamic lubrication; time-varying; point of engaging-in; point of engaging-out; Hertzian contact; roughness function

齿轮传动是机械传动的重要形式之一,它在工业生产中有着极其广泛的应用。直齿圆锥齿轮的重合度大,承载能力强,同直齿圆柱齿轮和斜齿圆柱齿轮具有相似的啮合规律,广泛用于航空航天、工业、船舶等重要领域,直齿圆锥齿轮可以实现空间交错轴的换向传动,汽车驱动桥中的主减速器和差速器常常选用锥齿轮传动。

国内学者对渐开线直齿轮、渐开线斜齿轮弹流润滑数值模拟的研究较多。沈阳工业大学的何韶君^[1-2]用弹性流体动压润滑理论分析了渐开线直齿圆锥齿轮传动的弹流,推导出了相应的计算公式并给出了形成弹流润滑的条件,并对圆锥齿轮传动最小油膜厚度进行简单探讨。北京航空航天大学的周延泽等^[3]根据切齿原理推导出直齿锥齿轮的齿面曲率半径和综合曲率半径的表达式,分析了齿面上的速度。王优强等^[4]对直齿轮瞬态弹流润滑进行了数值分析。王优强、衣雪娟等^[5]考虑表面纵向粗糙峰,对渐开线直齿轮瞬态微观热弹流润滑进行了数值分析。王文中等^[6]对渐开线斜齿轮非稳态弹流润滑进行了数值模拟。王优强、卞荣等^[7]考虑连续波状粗糙度对直齿轮热弹流润滑进行了数值分析。贾小攀等^[8]对渐开线斜齿轮瞬态弹流润滑的影响做了数值研究。国外相关学者^[9-11]对渐开线直齿轮、斜齿轮弹流润滑进行了研究。众所周知,锥齿轮的轮齿分布在一个圆锥上,并且大小端齿形也不相同,这些几何上的复杂性给锥齿轮的弹流润滑带来了很大困难,所以目前对直齿圆锥齿轮传动弹流润滑的数值分析研究较少。而在直齿圆锥齿轮低速、重载工况下,由于齿面的润滑油膜不易形成,极有可能发生胶合破坏。由此可知,润滑失效是导致齿面胶合的主要原因,因此研究锥齿轮齿面间的弹流润滑状况

就显得尤为重要。

笔者用收敛速度更快的多重网格法对渐开线直齿圆锥齿轮传动进行弹流数值分析,进行了大量的弹性流体动力润滑数值模拟计算,数值模拟计算主要分为三个部分:稳态弹流润滑分析、时变弹流润滑分析、微观弹流润滑分析。数值模拟计算可为工程实践提供理论参考。

1 数学模型的建立

1.1 几何模型

一对直齿圆锥齿轮传动的等效模型如图 1 所示。其中 R 为锥距, b 为齿宽, d_1 、 d_2 为大端的分度圆直径, δ_1 、 δ_2 为锥齿轮的分度圆锥角。

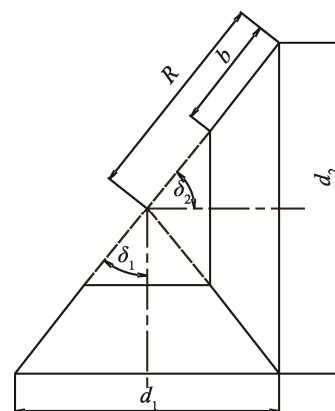


图 1 直齿圆锥齿轮的接触等效图
Fig.1 Contact equivalent diagram of spur bevel gear

1.2 啮合点的综合曲率半径、卷吸速度

一对直齿圆锥齿轮啮合传动,设 L 为其锥距, δ_1 、

δ_2 为其分度圆锥角, R_1 和 R_2 分别是啮合点处的曲率半径, α_i 为任意啮合点的压力角。

$$R_1 = L \tan \delta_1 \cos \alpha_i \quad (1)$$

$$R_2 = L (\tan \delta_1 + \tan \delta_2) \sin \alpha - R_1 \quad (2)$$

$$R = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) \quad (3)$$

直齿圆锥齿轮的齿廓表面卷吸速度为两运动表面切向速度之和的一半, 其中 ω_1 和 ω_2 为两轮的角速度。

$$U_1 = R_1 \omega_1 \cos \delta_1 \quad (4)$$

$$U_2 = R_2 \omega_2 \cos \delta_2 \quad (5)$$

$$U = (U_1 + U_2) / 2 \quad (6)$$

1.3 直齿圆锥齿轮的大端和小端载荷参数

先计算齿宽中心的载荷^[12-13], 其中 T 为小齿轮传递的名义转矩, P 为输入功率, d_{m1} 为小轮齿宽中点分度圆直径, ϕ_R 为齿宽系数, α 为大端标准压力角, F_t 为圆周力, B 为齿宽, ε 为重合度, W 为齿宽中心载荷。

$$T = 9550 \times P / n_1 \quad (7)$$

$$d_{m1} = d_1 (1 - 0.5 \times \phi_R) \quad (8)$$

$$F_t = 2T / (d_{m1} \cos \alpha) \quad (9)$$

$$W = F_t / (b \varepsilon \cos \alpha) \quad (10)$$

将齿宽中心的载荷按照几何相似关系向大端和小端进行转化, 设大端的载荷为 W_d , 小端的载荷为 W_x , 于是有:

$$W / W_x = (R - 0.5b) / (R - b) \quad (11)$$

$$W / W_d = (R - 0.5b) / R \quad (12)$$

2 基本方程

Reynolds 方程为^[14]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \quad (13)$$

式中: x 为坐标变量; p 为油膜压力 (Pa); h 为油膜厚度 (m); ρ 为润滑油密度 (kg/m^3); η 为润滑油黏度 (Pa·s); u 为卷吸速度 (m/s)。

膜厚方程为:

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E} \int_{-\infty}^x p(s) \ln(x-s)^2 ds \quad (14)$$

式中: h_0 为中心膜厚 (m); R 为轮齿在啮合点处两齿廓的综合曲率半径 (m); E 为两轮材料的综合弹

性模量 (GPa)。

粘压关系采用 Roelands^[15]公式:

$$\eta = \eta_0 \exp \left\{ (\ln \eta_0 + 9.67) \left[(1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^{z_0} - 1 \right] \right\} \quad (15)$$

式中: η_0 为润滑剂环境黏度 (Pa·s); z_0 为 Roelands 粘压系数, $z_0 = \alpha / [5.1 \times 10^{-9} (\ln \eta_0 + 9.67)]$ 。

密压关系采用 Dowson-Higginson^[16]公式:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right) \quad (16)$$

记 w 为单位长度上的载荷 (N/m), 则压力应该满足载荷方程:

$$\int_{-\infty}^x p(x) dx = w \quad (17)$$

考虑时变粗糙度函数下的基本方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12 \frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (18)$$

考虑粗糙度的膜厚方程为:

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2R(t)} - \frac{2}{\pi E} \int_{-\infty}^x p(s, t) \ln(x-s)^2 ds - S_{12} \quad (19)$$

在赫兹接触区, 齿面高斯分布粗糙度函数^[17]的量纲一化表达式为式 (20), 齿面余弦粗糙度函数的表达式为式 (21)。

$$S_{12} = A \exp(-X^2) \quad (20)$$

$$S_{12} = A \sin[2\pi(x-ut)/L] \quad (21)$$

式中: A 为粗糙度函数幅值; L 为粗糙度函数波长; u 为卷吸速度。

将上述基本方程量纲一化进行离散, 采用多重网格积分法求解压力和厚度, 选取牛顿流体, 压力求解采用多重网格法^[18], 弹性变形采用多重网格积分法。压力的计算域为 $X_{in} = -4.6$, $X_{out} = 1.4$, 采用 W 循环, 利用多重网格法进行计算, 划分网格共 6 层, 每层节点数分别为 31、61、121、241、481、961。压力初值取赫兹压力, 每层网格上均使用 Gauss-Seidel 低松弛迭代, 压力的迭代方法包括压力的迭代过程和 h_0 的调整, 在每层网格上都要进行压力迭代。

3 数值结果与分析

3.1 基本参数

选取一对直齿圆锥齿轮的具体参数如表 1 所示。

表 1 基本参数

Tab.1 Basic parameters

Parameters	Value	Parameters	Value
Oil viscosity of the environment η_0 /(Pa·s)	0.08	Grand indexing round pressure angle $\alpha/(\circ)$	20
Adhesive coefficient α/Pa^{-1}	2.19×10^{-8}	Addendum high coefficient h_a^*	1.0
Pinion gear number z_1	21	Elastic module of gear E/GPa	210
Gear teeth z_2	60	Poisson's ratio μ	0.3
Large-end module m/mm	2	Pinion speed $n_1/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	960
Tooth width B/mm	42	Input power P/kW	5.45

3.2 直齿圆锥齿轮大端和小端的压力和膜厚分布

大端和小端两个特殊位置轮齿啮合的油膜压力和膜厚分布如图 2—3 所示。从图 2a 和图 3a 可以看出, 小端在啮入点和啮出点的二次压力函数值均大于

大端。从图 2b 和图 3b 可以看出, 赫兹接触区小端的平均油膜厚度小于大端的平均油膜厚度, 出口区小端啮入点和啮出点的最小油膜厚度小于大端的最小油膜厚度, 这与直齿圆锥齿轮小端和大端的承载能力有关, 小端的承载能力略小于大端。

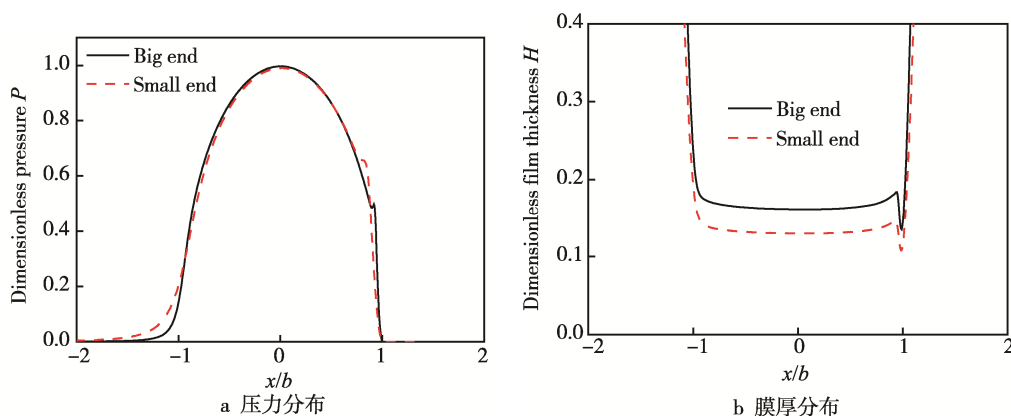


图 2 大端和小端啮入点的压力分布和膜厚分布

Fig.2 Pressure (a) and film thickness (b) distribution at point of engaging-in on large end and small end

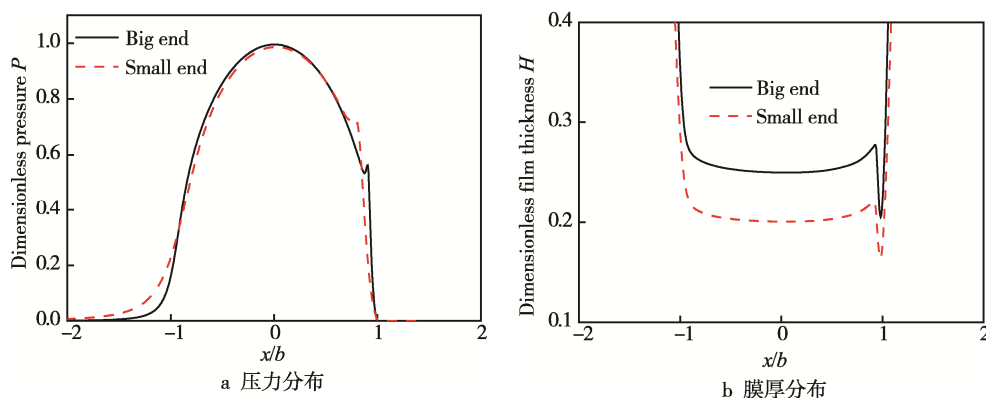


图 3 大端和小端啮出点的压力分布和膜厚分布

Fig.3 Pressure (a) and film thickness (b) distribution at point of engaging-out on large end and small end

3.3 直齿圆锥齿轮小端啮合区五个特殊点的压力和膜厚分布

直齿圆锥齿轮在啮合过程中既有大端参与啮合, 又有小端参与啮合。由 3.2 节可知, 小端啮入和啮出点的油膜厚度均小于大端, 故将小端作为重要的研究对象, 得到小端在啮入点、单齿啮入点、节点、单齿啮出点、啮出点的油膜压力和膜厚。由于齿轮啮合时受重合度的影响, 故在小端啮合时分单双齿啮合。经计算可得小端啮合区间五个特殊点的油膜压力和油膜厚度, 如图 4 和图 5 所示。从图 4 可以看出, 节点的最高压力函数和二次压力函数值高于其余各点, 这是由于节点处于单齿啮合区间。从图 5 可以看出, 小端啮入点 A、单齿啮入点 B、节点 C、单齿啮出点 D、啮出点 E 的出口油膜厚度有所不同, 最小膜厚从啮入点到啮出点依次增大。由于小齿轮啮入点的位置为齿

根处, 这也恰好反映了小齿轮从齿根到齿顶的油膜变化情况。

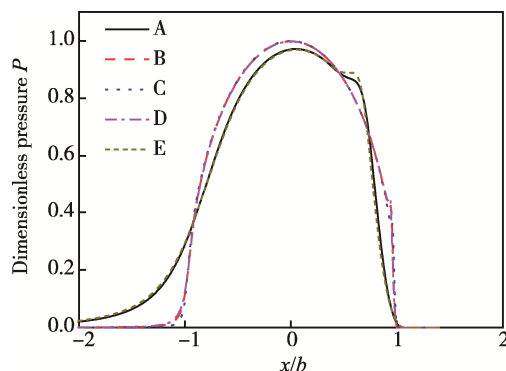


图 4 小端五个特殊啮合点的油膜压力分布

Fig.4 Oil film pressure distribution at five special engaging points on small end

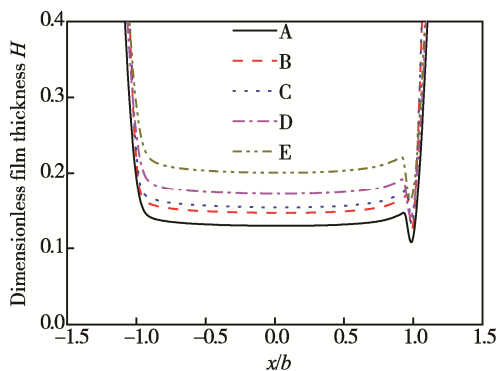
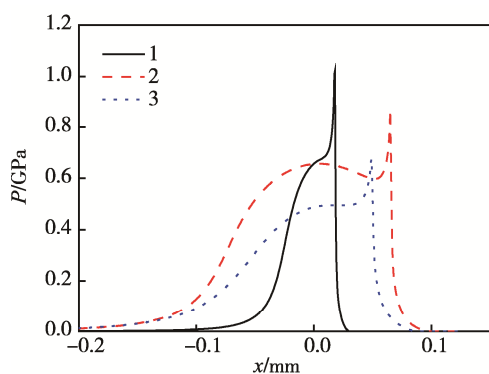
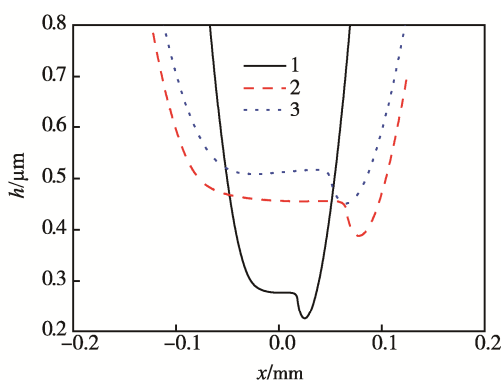


图 5 小端五个特殊啮合点的膜厚分布

Fig.5 Film thickness distribution at five special engaging points on small end



a 油膜压力



b 油膜厚度

图 6 三个特殊点的油膜压力和油膜厚度

Fig.6 Oil film pressure (a) and Oil film thickness (b) at three special points

处于单齿啮合区, 其载荷相比啮入点和啮出点较大, 故其赫兹接触宽度变大。

5 高斯分布粗糙度函数作用下的弹性流体动力润滑

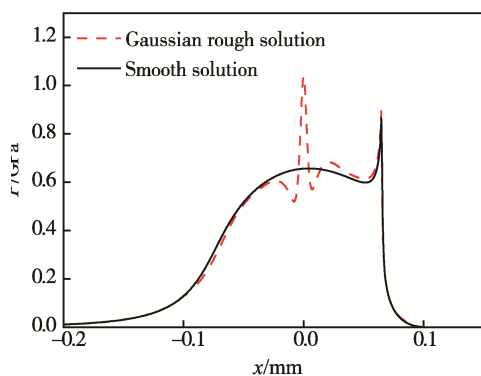
将直齿圆锥齿轮齿面粗糙度函数等效为服从高

4 瞬态时变下直齿圆锥齿轮的弹性流体动力润滑

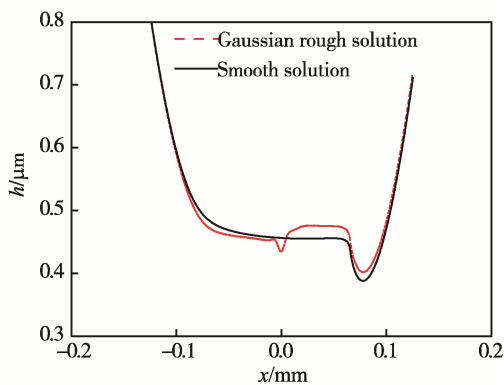
啮入前一瞬时做稳态计算处理, 从啮入点到啮出点沿实际啮合线将啮合过程划分为 180 个瞬时。每一个瞬时的压力与载荷的相对误差小于 10^{-3} 时视为收敛。图 6a 和图 6b 分别是得到的三个特殊瞬时点的油膜压力和油膜厚度, 1 为啮入瞬时, 2 为节点瞬时, 3 为啮出瞬时。

通过图 6a 可知, 啮入点的压力值大于节点和啮出点的压力值。由图 6b 可知, 啮入点的最小油膜厚度分别小于节点和啮出点的最小油膜厚度, 由于节点

斯分布粗糙度函数, 节点的高斯分布粗糙度解同节点的光滑解对比如图 7 所示。通过高斯分布粗糙度函数及光滑表面压力解和膜厚解的对比可知, 高斯分布粗糙度函数作用下的压力在赫兹接触区有明显的局部压力峰, 高斯分布粗糙度函数作用下的膜厚在赫兹接触区也有明显的波动。



a 压力解



b 膜厚解

图 7 高斯分布粗糙表面和光滑表面的压力解和膜厚解对比

Fig.7 Pressure solution (a) and film thickness solution (b) of Gaussian distribution rough surface and smooth surface

6 余弦分布粗糙度函数作用下的弹性流体动力润滑

在膜厚方程中引入带有给定幅值和波长的余弦函数, 得到无量纲幅值 $A=0.015$ 、无量纲波长 $L=0.3$ 的粗糙度解, 并将节点的粗糙度解与节点的光滑解进行对比, 如图 8 所示。幅值对压力和膜厚的影响对比

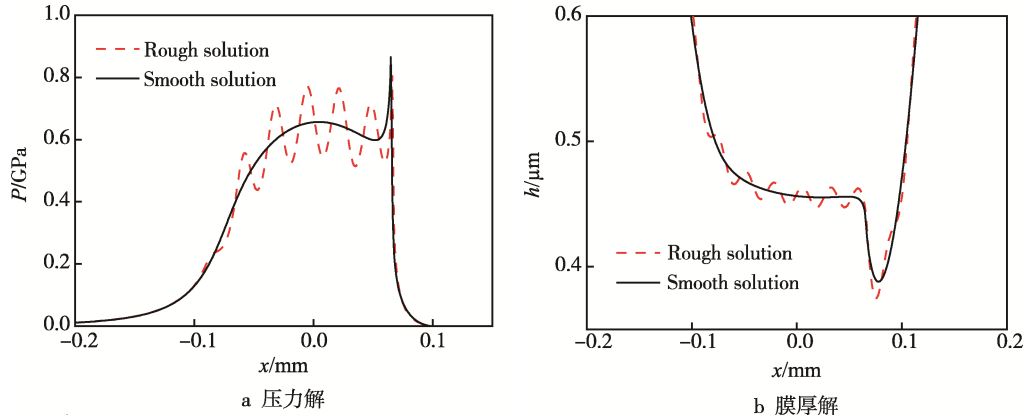


图 8 余弦函数粗糙表面和光滑表面的压力解和膜厚解

Fig.8 Pressure solutions (a) and film thickness solution (b) of cosine function rough surface and smooth surface

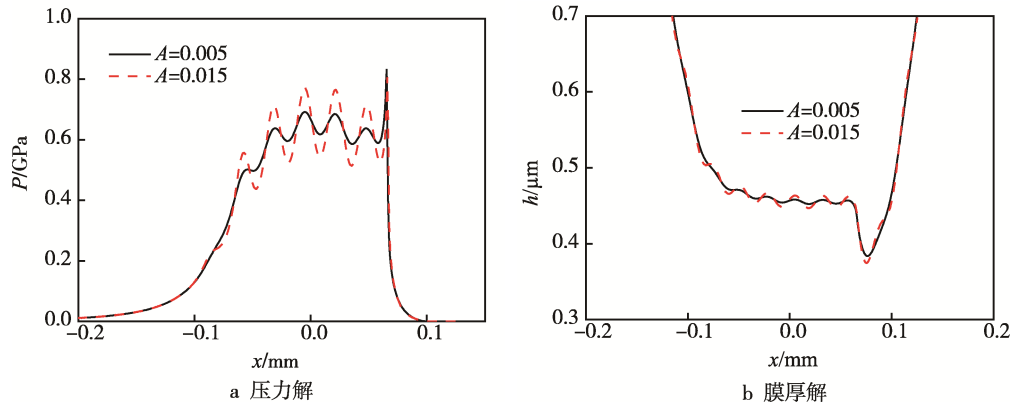


图 9 不同幅值下的压力解和膜厚解

Fig.9 Pressure solutions (a) and film thickness solution (b) at different amplitudes

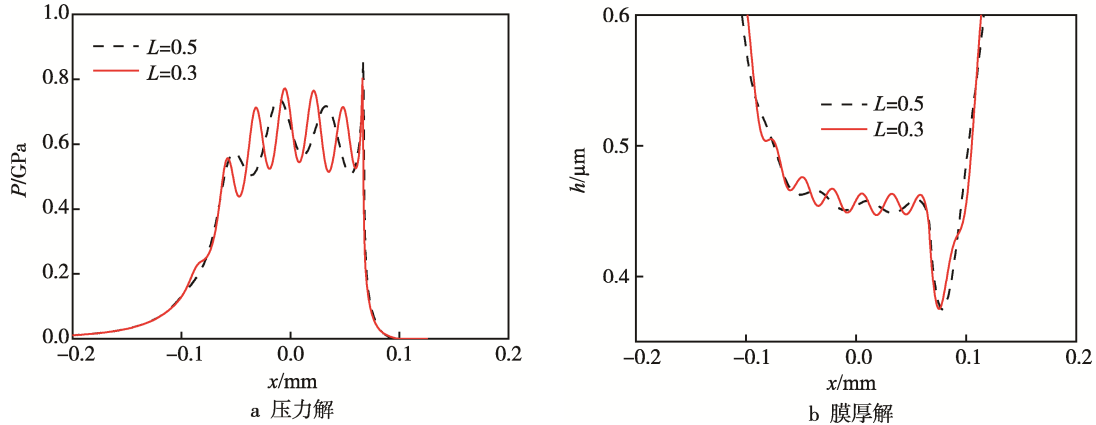


图 10 不同波长下的压力解和膜厚解

Fig.10 Pressure solutions (a) and film thickness solution (b) at different wavelengths

如图 9 所示, 波长对压力和膜厚的影响对比如图 10 所示, 光滑表面和粗糙度表面沿啮合线最小油膜厚度和最大压力的对比如图 11 所示。最后将余弦粗糙度函数作用下的节点压力解和膜厚解与高斯分布粗糙度函数作用下的节点压力解和膜厚解进行对比, 如图 12 所示, 其中 1 表示余弦分布粗糙度函数, 2 表示高斯分布粗糙度函数。

由图 8 可知, 在赫兹接触区余弦粗糙度函数作用

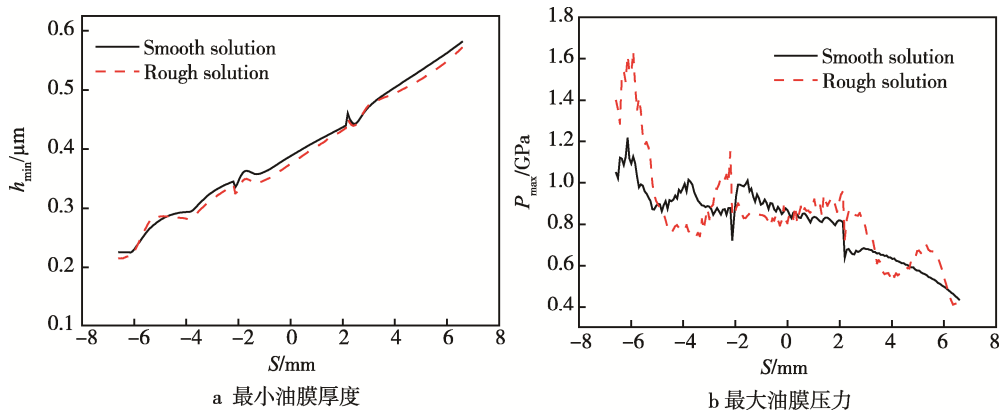


图 11 沿啮合线分布的最小油膜厚度和最大油膜压力

Fig.11 Minimum oil film thickness (a) and maximum oil film pressure (b) along the meshing line

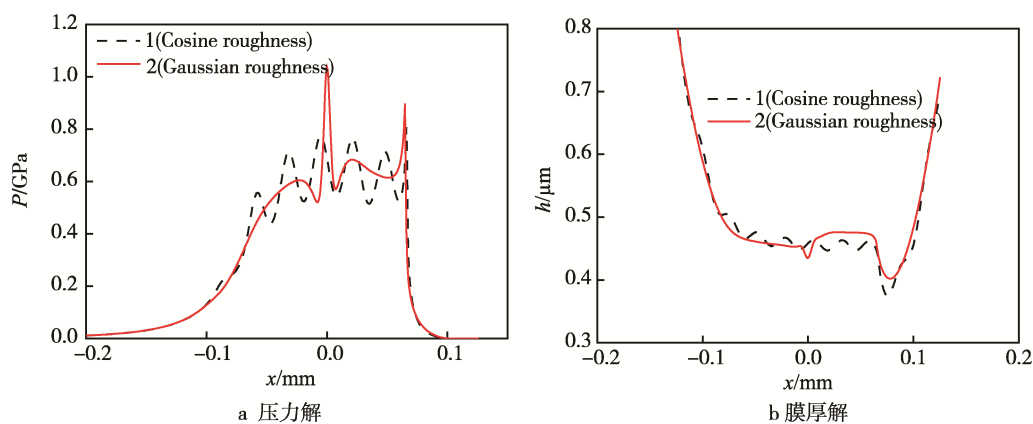


图 12 余弦粗糙度函数和高斯粗糙度函数的压力解和膜厚解

Fig.12 Pressure solutions (a) and film thickness solution (b) of cosine roughness function and Gaussian roughness function

下的油膜压力相比光滑表面作用下有明显的波动,油膜厚度也呈现波动趋势,且粗糙度表面的最小油膜厚度小于光滑表面的最小油膜厚度。由图 9—10 可知,余弦粗糙度函数的幅值和波长对油膜压力和油膜厚度有一定的影响。幅值越大,油膜压力和油膜厚度在赫兹接触区间沿纵坐标的波动程度越大;波长越大,油膜压力和油膜厚度在赫兹接触区间沿横坐标的波动程度越大。由图 11 可知,粗糙度表面沿啮合线最小油膜厚度略小于光滑表面的最小油膜厚度,粗糙度表面沿啮合线最大油膜压力的波动程度大于光滑表面沿啮合线最大油膜压力的波动程度。由图 12 可知,余弦粗糙度函数作用下的油膜压力和油膜厚度波动程度有别于高斯分布粗糙度函数,在赫兹接触区,高斯分布粗糙度函数下的油膜压力和油膜厚度呈现明显波动,而余弦粗糙度函数下的油膜压力和油膜厚度呈现出明显的周期性波动,且高斯分布粗糙度表面的最大油膜压力高于余弦粗糙度表面,高斯分布粗糙度表面的最小油膜厚度大于余弦粗糙度表面。

7 结论

1) 直齿圆锥齿轮啮合传动过程中,大端和小端

的油膜压力和油膜厚度有所不同,在啮入点和啮出点时,小端出口区的油膜压力大于大端出口区的油膜压力,小端的最大压力值大于大端的最大压力值,在赫兹接触区的小端油膜膜厚小于大端油膜膜厚。啮入和啮出点小端的出口油膜厚度略小于大端,小端啮合区出口的油膜厚度出现明显变化,啮入点的最小油膜厚度小于其余点的最小油膜厚度。

2) 考虑瞬态时变效应的油膜压力和油膜厚度有明显的变化趋势,啮入点的最大油膜压力大于节点瞬时和啮出点的最大油膜压力,啮入点的最小油膜厚度分别小于节点和啮出点的最小油膜厚度,沿啮合线的最小油膜厚度整体呈现减少的趋势,在单双齿啮合点的最小油膜厚度发生跳跃。

3) 研究高斯分布粗糙度函数作用时,油膜压力在赫兹接触区有明显的局部压力峰,油膜厚度在赫兹接触区有明显的波动。研究余弦粗糙度函数作用时,油膜压力和油膜厚度在赫兹接触区存在明显的周期性波动,且粗糙度函数幅值越大,纵向波动程度越大,粗糙度函数波长越大,横向波动程度越大。

参考文献:

[1] 何韶君. 渐开线圆锥齿轮传动弹流润滑分析[J]. 沈

- 阳工业大学学报, 1994, 16(3): 68-72.
- HE Shao-jun. Analysis of Elliptical Bevel Gear Drive Elastohydrodynamic Lubrication[J]. Journal of Shenyang University of Technology, 1994, 16(3): 68-72.
- [2] 何韶君. 圆锥齿轮传动最小油膜厚度的探讨[J]. 沈阳工业大学学报, 1995, 17(2): 53-57.
- HE Shao-jun. Discussion on the Minimum Film Thickness of Bevel Gear Transmission[J]. Journal of Shenyang University of Technology, 1995, 17(2): 53-57.
- [3] 周延泽, 吴继泽. 直齿锥齿轮的齿面曲率半径和速度分析[J]. 北京航空航天大学学报, 1995, 21(3): 103-108.
- ZHOU Yan-ze, WU Ji-ze. Analysis on the Radius and Velocity of Tooth Surface of Straight Bevel Gear[J]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1995, 21(3): 103-108.
- [4] 王优强, 陈舜青, 黄丙习, 等. 齿轮瞬态弹流润滑的多重网格数值分析[J]. 润滑与密封, 2004(2): 9-11.
- WANG You-qiang, CHEN Shun-qing, HUANG Bing-xi, et al. Numerical Analysis of Gear Transient Elastohydrodynamic Lubrication by Multiple Grids[J]. Lubrication and Seal, 2004(2): 9-11.
- [5] 王优强, 衣雪娟, 杨沛然. 渐开线直齿轮瞬态微观热弹流润滑分析[J]. 机械工程学报, 2007, 43(11): 142-148.
- WANG You-qiang, YI Xue-juan, YANG Pei-ran. Analysis of Transient Micro-thermoelastic Flow of Involute Spur Gears[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(11): 142-148.
- [6] 王文中, 操鸿, 胡纪滨. 渐开线斜齿轮非稳态弹流润滑数值模拟研究[J]. 摩擦学学报, 2011, 31(6): 604-609.
- WANG Wen-zhong, CAO Hong, HU Ji-bin. Numerical Simulation of Unsteady EHL Lubrication of Involute Helical Gears[J]. Tribology, 2011, 31(6): 604-609.
- [7] 王优强, 卞荣. 连续波状粗糙度对直齿轮热弹流润滑的影响[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 112-118.
- WANG You-qiang, BIAN Rong. Effect of Continuous Wave Roughness on Thermohydro-lubrication of Spur Gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 112-118.
- [8] 贾小攀, 王文中, 赵自强, 等. 粗糙表面特征对渐开线斜齿轮瞬态弹流润滑影响的数值研究[C]//第十一届全国摩擦学大会. 兰州: [出版者不详], 2013.
- JIA Xiao-pan, WANG Wen-zhong, ZHAO Zi-qiang, et al. Numerical Study on the Influence of Rough Surface Characteristics on the Transient EHL Lubrication of Involute Helical Gear[C]//XI. Proceedings of National Tribology Conference. Lanzhou: [s. n.], 2013.
- [9] LARSSON R. Transient Non-Newtonian Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of an Involute Spur Gear[J]. Wear, 1997, 207: 67-73.
- [10] MCEWEN E. The Effect of Variation of Viscosity with Pressure on the Load-carrying Capacity of the Oil Film between Gear Teeth[J]. J Inst Pet, 1952, 38(344/345): 646-672.
- [11] LIN Z G, MEDLEY J B. Transient Elastohydrodynamic Lubrication of Involute Spur Gears under Isothermal Conditions[J]. Wear, 1984, 95(2): 143-163.
- [12] 王知行, 邓宗全. 机械原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- WANG Zhi-xing, DENG Zong-quan. Mechanical Principle[M]. Beijing: Higher Education Press, 2008.
- [13] 王黎钦, 陈铁鸣. 机械设计[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2010.
- WU Li-qin, CHEN Tie-ming. Mechanical Design[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2010.
- [14] 杨沛然. 流体润滑数值分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- YANG Pei-ran. Numerical Analysis of Fluid Lubrication[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998.
- [15] ROELANDS C J A. Correlation Aspects of Viscosity-temperature Relationship of Lubricating Oils[D]. Netherlands: Delft University of Technology, 1966.
- [16] DOWSON D, HIGGINSON G R. Elasto-hydrodynamic Lubrication[M]. Oxford: Pergamon Press, 1977.
- [17] 黄兴宝, 王优强. 微观形貌表征对直齿轮跑合弹流润滑的影响[J]. 润滑与密封, 2015(5): 52-57.
- HUANG Xing-bao, WANG You-qiang. Effect of Micromorphology Characterization on Running-in and Elastohydrodynamic Lubrication of Spur Gears[J]. Lubrication and Seal, 2015(5): 52-57.
- [18] 郭峰. 椭圆接触微观热弹性流体动力润滑求解的多重网格算法研究[D]. 青岛: 青岛建筑工程学院, 1998.
- GUO Feng. Multigrid Algorithm for Solving Elliptic Contact Micro-thermo-elastic Hydrodynamic Lubrication[D]. Qingdao: Qingdao Institute of Civil Engineering and Architecture, 1998.