# 航空发动机叶片 TC4 钛合金振动疲劳裂纹扩展研究及剩余寿命预测

# 孙宇博 a,b, 雷娟娟 b

(中国民航大学 a.天津市民用航空器适航与维修重点实验室, b.理学院, 天津 300300)

摘 要:目的 研究 TC4 钛合金的振动疲劳特性及寿命预测。方法 通过共振疲劳试验,分析裂纹尖端 应力强度因子的变化规律,计算不同应力水平下疲劳裂纹扩展的速率,建立剩余寿命预测计算模型。 结果 裂纹尖端的应力强度因子是表征裂纹扩展速率快慢的有效参数,与裂纹长度及应力场的大小相关。在裂纹扩展初期应力为 274 MPa 的条件下,裂纹扩展速率的试验值与计算值吻合较好。通过寿命预测模型计算可知,当初始裂纹为 0.5 mm,最终裂纹长度达到 5 mm 时,在应力为 274、366、422 MPa 的条件下,振动循环周期分别为 36 577、19 090、13 865。结论 在应力比为—1 的振动条件下,裂纹扩展速率随应力水平的增大而加快,同时初始裂纹长度越长,应力相同时,裂纹扩展速率提高。通过寿命预测模型,可计算出结构件的使用寿命。

关键词: TC4 钛合金;疲劳裂纹扩展;剩余寿命预测

中图分类号: TG111.8 文献标识码: A 文章编号: 1001-3660(2016)09-0207-07

**DOI:** 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2016.09.031

# Research on Fatigue Crack Propagation and Remain Fatigue Life Prediction of Aero-engine Blade TC4 Titanium alloy

SUN Yu-bo<sup>a, b,</sup> LEI Juan-juan<sup>b</sup>

(a.Tianjin Key Laboratory of Civil Aircraft Airworthiness and Maintenance, b.College of Science, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

**ABSTRACT:** Objective To study vibration fatigue performance of TC4 titanium alloy and predict its service life. **Methods** The resonance fatigue test was used to analyze the change regularity of stress intensity factor at the crack tip and calculate the fatigue crack propagation rate under different stress levels. The model of remain fatigue life prediction was created. **Results** The stress intensity factor was an effective parameter to characterize the crack propagation rate and was related to crack lengths and stresses. The calculation results of fatigue crack propagation rate at the initial were in good agreement with fatigue test results at 274 MPa. When the initial crack length was 0.5 mm and the final crack length was 5 mm, the remain fatigue life was 36 577,

收稿日期: 2016-03-05; 修订日期: 2016-06-03

**Received:** 2016-03-05; **Revised:** 2016-06-03

基金项目: 民航科技重大专项 (MHRD20130204); 中央高校基本科研业务费资助项目 (3122015L002)

Fund: Supported by Science and Technology Major Project by Civil Aviation Administration of China (MHRD20130204) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (3122015L002)

作者简介:孙宇博(1983一),男,硕士,研究实习员,主要研究表面工程

Biography: SUN Yu-bo (1983—), Male, Master, Research Trainees, Research focus: surface engineering.

19 090 and 13 865 cycles at 274 MPa, 366 MPa and 422 MPa respectively. **Conclusion** Under the vibration conditions at -1 stress ratio, the crack propagation is accelerated with increase of stresses. If the initial crack length is longer, the crack propagation will be bigger under the same stress. The remain life of workpiece can be calculated by model in this paper.

KEY WORDS: TC4 titanium alloy; fatigue crack propagation; remain fatigue life prediction

TC4 钛合金具有比强度高、密度小、耐蚀性好、优良的韧性和焊接性等优点,在航空航天、石油化工、造船、汽车等领域都得到成功的应用。结合其性能优势,民用航空发动机的叶片和涡轮盘等重要部件大多采用 TC4 材料制作而成,但其在高温高压、冲击及振动的环境下长期服役,TC4 材料会产生缺陷,导致疲劳敏感部位应力过大而产生裂纹。裂纹的扩展、材料的断裂致使关键零部件失效,并且高速脱离的断裂碎片会对转子系统或机匣造成二次损伤,影响其运行的安全性、稳定性、经济性及使用寿命[1-5]。

裂纹萌生及扩展会改变振动部件原有的振动特 性,伴随以频率转向、振型转换为主要特征的耦合 振动,初始裂纹长度、位置的不同都会对振动部件 的频率、振型及各阶模态产生影响<sup>[6]</sup>。Shih 等<sup>[7-8]</sup>通 过广义 Forman 模型分析了单边裂纹板的裂纹扩展 规律及振动因素对裂纹扩展的影响。Lau 等[9]分析 了气动涡流引起叶片振动行为, 讨论了叶片间距、 弦长、尾迹频率等参数对叶片振动的影响。范博楠 等<sup>[10]</sup>对裂纹参数引起叶片低阶弯曲振动特性展开 了系统研究。曹世豪等[11]基于有限元方法分析了不 同轴重和不同角度裂纹的工况下,不同裂纹位置的 应力强度因子变化规律。高英俊等[12]研究了韧性材 料的微裂纹扩展情况,发现裂口处原子密度对裂纹 扩展有明显影响,并且裂纹扩展过程中弹性应变能 的释放比表面能的增加要快。黄书林等[13]对贯穿裂 纹的形成机理进行了研究,发现合金元素和共晶碳 化物对其裂纹的萌生和扩展影响较大。但是在结构 件产生裂纹的条件下,很少有关于剩余寿命的评估 及计算方法进行研究的文献,因此本文基于不同初 始裂纹在不同的应力载荷条件下,对结构件剩余寿 命的评估及计算方法展开研究。

本文重点研究不同应力状态下 TC4 钛合金材料的疲劳裂纹扩展速率及出现裂纹后剩余寿命的预测。分析 TC4 钛合金材料振动试样的振动特性,以 Paris 公式( $\frac{da}{dV} = C(\Delta K)^m$ )为理论依据,结合

不同应力水平作用下疲劳裂纹扩展速率及尖端强度因子的变化,建立振动试样剩余寿命计算模型,通过振动疲劳试验测得结果对数值模型计算的可靠性进行验证。

## 1 振动疲劳试验

采用苏州苏试试验仪器有限公司制造的 DC-300-3 电动振动系统,主要仪器包括: RC-2000 数字式振动控制仪、信号放大器、振动试验台。振动疲劳试验时,试件通过夹具固定于试验台上,形成悬臂梁结构,如图 1 所示。试验过程中,通过振动台上的加速度传感器反馈的试验数据调节振动台的加载频率及加速度大小,当振动频率与试样固有频率相近时,试样达到共振状态,完成振动试样频率、振幅的测量及疲劳裂纹的制备。

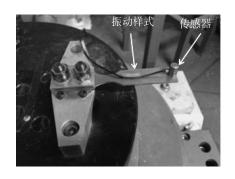


图 1 振动试样与设备 Fig.1 Workpiece and equipment

试验所用的 TC4 (Ti-6Al-4V) 钛合金板材为 宝鸡钛业股份有限公司生产的,其化学成分(以质量分数计)为: Al≤6.51%, V≤4.08%, Fe≤0.16%, C≤0.01%, N≤0.15%, H≤0.0016%, O≤0.09%, 其余为 Ti。其性能参数为: 密度 4.42 g/cm³, 抗拉强度 967 MPa, 屈服强度 (0.2) 860 MPa, 弹性模量 109 GPa, 泊松比 0.3, 延伸率 10%。

参照中华人民共和国航空工业部颁发的航标 HB5277—84<sup>[14]</sup>,结合试验夹具尺寸,设计出振动 试样的尺寸如图 2 所示,试验件厚度为 1.5 mm。

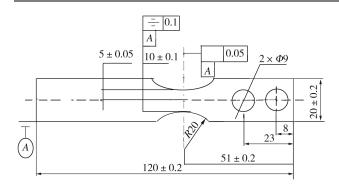


图 2 振动试样尺寸 Fig.2 The size of workpiece

# 2 结果及分析

第45卷 第9期

#### 2.1 尖端振幅与缩颈处应力对应关系

在振动疲劳试验中,采用粘贴应变片的方法测量试样缩颈处的应力状态。但由于试样处于共振状态时,振动频率快,振幅大,数十个周期后,振动试样缩颈处粘贴的应变片因无法满足巨大的形变量致使应变片失效(电阻丝断裂),因此本文通过静态拉伸方法建立尖端振幅与缩颈处应变的对应关系,通过监测尖端振幅大小换算得到缩颈处应力大小,其标定结果如图 3 所示,图中右侧纵轴为通过应变换算得到的应力大小。从图 3 可以看出,尖端振幅大小与缩颈处所承受的应力基本呈线性关系,试验过程中可通过调节源场激励来改变尖端振幅大小,进而达到振动试样缩颈处所需

要的应力状态。

#### 2.2 振动疲劳试验结果

试验前通过统一振动试验制备约 0.5 mm 长的 初始疲劳裂纹,试验时设定三种应力水平分别为 422、366、274 MPa,调节源场激励对尖端振幅的 控制,使振动试样缩颈处满足恒定应力场,每 1000 次振动循环停机,通过激光共聚焦显微镜测量裂纹长度,得到不同应力状态下疲劳裂纹长度与循环周期曲线,考察振动试样缩颈处疲劳裂纹扩展规律,试验具体参数及结果见表 1。图 4 为不同应力状态下测得的裂纹长度与循环周期对应关系曲线,可以看出当疲劳裂纹长度达到 0.8~1.2 mm 时,裂纹扩展速率明显增大,大应力状态下疲劳裂纹扩展速率更快。裂纹扩展的趋势基本呈指数性增长。

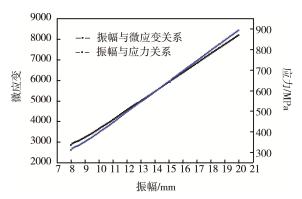


图 3 尖端振幅与应力曲线 Fig.3 Amplitude vs. strain-stress curves

表 1 振动试验参数 Tab.1 Test parameters

激励/(m·s <sup>-2</sup> )	共振频率/Hz	振幅/mm	应力/MPa	应力比	裂纹初始长度/mm	裂纹最终长度/mm
1	81.993	10.5	422	-1	0.531	3.712
0.75	88.026	9.35	366	-1	0.472	4.564
0.45	86.956	7.5	274	-1	0.622	3.823

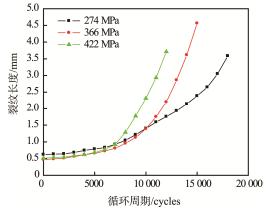


图 4 裂纹长度与循环周期曲线 Fig.4 crack length vs. cycles curves

### 2.3 裂纹长度对一阶固有频率的影响

疲劳裂纹的产生会导致振动试样的非线性响应,可通过共振频率的变化来反映。从图 5 可以看出,随着疲劳裂纹的扩展,振动试样一阶固有频率呈下降趋势,表明疲劳裂纹长度的增加,使缩颈处的有效连接减小,导致振动试样的形态结构发生变化。频率的变化幅度越大,疲劳裂纹的长度越长,因此可以将固有频率的变化作为振动结构件是否存在缺陷的一种检测方法。

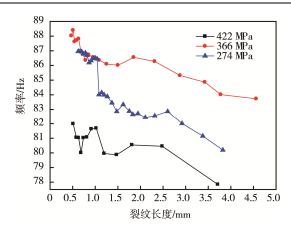


图 5 裂纹长度与一阶固有频率曲线 Fig.5 Crack lengths vs. first inherent frequencies

## 2.4 疲劳裂纹扩展速率计算

#### 2.4.1 裂纹尖端应力强度因子计算

通过 Paris 公式可知,求得裂纹扩展速率需要裂纹尖端应力强度因子 K 值及材料属性值 C 和 m。本章节主要讨论以上参数的计算求解,结合试验数据测得结果验证计算模型的可靠性。

TC4 钛合金材料的裂纹扩展速率与裂纹尖端的应力强度因子 K 值有关。恒定应力状态下,疲劳裂纹长度的增加,裂纹尖端的应力强度因子会提高。为了获得裂纹的扩展速率,建立裂纹扩展寿命计算模型,需要准确计算出裂纹尖端的应力强度因子。本试验振动试样受弯矩载荷,产生的裂纹形态为角裂纹,几何形状为四分之一椭圆形状,故根据Newman 和 Raju<sup>[15]</sup>给出的裂纹尖端应力强度因子表达式进行计算。

$$K = (S_{t} + H_{c}S_{b})(\frac{\pi a}{Q})^{\frac{1}{2}}F_{c}(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \theta)$$
 (1)

式中: a 为裂纹深度; c 为裂纹长度; b 为试样宽度; t 为试样厚度;  $\theta$ 为参量角;  $S_t$ 为拉伸载荷;  $S_b$ 为弯曲应力;  $H_c$ 为弯曲载荷修正参数,  $S_t$ 、 $H_c$ 、 $S_b$ 与加载形式相关; Q 为形状因子;  $F_c$ 为边界修正因子, 是一个关于裂纹形状的函数。其中各参数的计算如公式(2)—(16)。

$$H_{c} = H_{1} + (H_{2} - H_{1})\sin^{p}\theta \tag{2}$$

$$p = 0.2 + \frac{a}{c} + \frac{0.6a}{t} \tag{3}$$

$$H_1 = 1 - 0.34(\frac{a}{t}) - 0.11(\frac{a}{c})(\frac{a}{t})$$
 (4)

$$H_2 = 1 + G_1(\frac{a}{t}) + G_2(\frac{a}{t})^2 \tag{5}$$

$$G_1 = -1.22 - 0.12(\frac{a}{c})$$
 (6)

$$G_2 = 0.64 - 1.05\left(\frac{a}{c}\right)^{\frac{3}{4}} + 0.47\left(\frac{a}{c}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{7}$$

$$Q = 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65} \tag{8}$$

当 
$$0.2 \le \frac{a}{c} \le 1$$
 ,  $\frac{a}{t} < 1$  ,  $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$  ,  $\frac{c}{b} < 0.5$  时 ,

 $F_{\rm c}$ 如下表示:

$$F_{c} = [M_{1} + M_{2}(\frac{a}{t})^{2} + M_{3}(\frac{a}{t})^{4}]g_{1}g_{2}f_{\theta}f_{\omega}$$
 (9)

$$M_1 = 1.08 - 0.03(\frac{a}{c}) \tag{10}$$

$$M_2 = -0.44 + \frac{1.06}{0.3 + \frac{a}{c}} \tag{11}$$

$$M_3 = -0.5 + 0.25(\frac{a}{c}) + 14.8(1 - \frac{a}{c})^{15}$$
 (12)

$$g_1 = 1 + \left[0.08 + 0.4\left(\frac{a}{t}\right)^2\right] (1 - \sin\theta)^3 \tag{13}$$

$$g_2 = 1 + [0.08 + 0.15(\frac{a}{t})^2](1 - \cos\theta)^3$$
 (14)

$$f_{\theta} = \left[ \left( \frac{a}{t} \right)^2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \right]^{\frac{1}{4}} \tag{15}$$

$$f_{\omega} = 1 - 0.2\lambda + 9.4\lambda^2 - 19.4\lambda^3 + 27.1\lambda^4$$
 (16)

$$\lambda = \left(\frac{c}{b}\right)\left(\frac{a}{t}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{17}$$

其中, $f_{\omega}$ 为有限宽度修正因子。在恒定应力状态下,裂纹长度与尖端应力强度因子 K 值的关系曲线如图 6 所示。可以看出,应力强度因子随着裂纹长度的增加而逐渐增大,并且裂纹长度每增加 1 mm,应力强度因子 K 值增加的幅值也逐渐增大。同时随着裂纹的增长,振动试样缩颈处未出现裂纹区域的尺寸随之减小,在恒应力场的条件下,此区

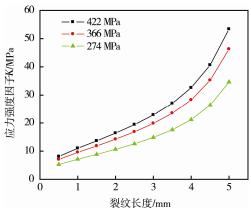


图 6 恒应力下裂纹长度与尖端应力强度因子关系曲线 Fig.6 Crack lengths vs. stress intensity factor at constant loads

域所承受的能量传递在增加,即单位面积内所受应力变大,也表明裂纹尖端应力强度因子是逐渐增大的。当裂纹长度相同时,应力强度因子随着试样承受应力的增大而增大,这说明应力强度因子同时受裂纹长度及应力大小的影响。

#### **2.4.2** TC4 钛合金材料属性 $C \setminus m$ 值计算

第45卷 第9期

通过试验测得疲劳裂纹长度与循环周期 a-N 曲线,相邻两点的数据可以计算出裂纹扩展速率,结合 2.4.1 小节中应力强度因子 K 值的计算结果,将这些数据放在双对数坐标系中(如图 7 所示),线性拟合后可以发现,裂纹扩展速率与应力强度因子变化值 $\Delta K$  近似呈线性关系。将 Paris 公式两端取对数得到公式(18),可知线性拟合直线与 y 轴(裂纹扩展速率)的截矩为 C 值,该拟合直线的斜率为 m 值,且  $C=1.27\times10^{-7}$ ,m=2.246。

$$\lg \frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = \lg C + m \lg \Delta K \tag{18}$$

100

图 7 裂纹扩展速率与应力强度因子变化值关系曲线 Fig.7 Crack propagation rate vs. stress intensity change values

应力强度因子变化值  $\Delta K/MPa$ 

10

10-5

通过材料手册<sup>[16]</sup>得知,TC4 钛合金材料的 C=1.386×10<sup>-8</sup> , m=2.59。与本文的计算结果对比可知,m值相差不大,在同一个数量级之内,但 C值相差较大,比查阅值大了约 10 倍。这种试验误差主要是因为本文采用气动共振试验系统,该系统是通过气动载荷推动振动试验平台,将能量传递给振动试样,使试样达到共振状态。但在试验过程中,由于惯性原因导致气动载荷在推动振动平台时无法精确控制,特别是在疲劳裂纹扩展后期,裂纹长度及尖端的强度因子较大时,惯性致使尖端振幅高于试验所需要的幅值,使裂纹扩展速率变快,这可能是造成数据偏差的原因。通过文献阅读,发现其他研究者在计算材料 C 和 m 值时也会存在一定的

偏差,因此本文在后面的计算过程中采用本试验得到的 C 和 m 值。

#### 2.4.3 疲劳裂纹扩展速率分析计算

将计算结果得到的 C、m 值及裂纹尖端强度因子 K 值代入到 Paris 公式 (19) 中:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C(\Delta K)^m \tag{19}$$

计算可得到疲劳裂纹扩展速率与循环周期的关系曲线,如图 8—10 中的计算值。试验值为通过振动疲劳试验采集的 1000 循环周期裂纹增长的数据,根据 da/dN 计算得的裂纹扩展速率。

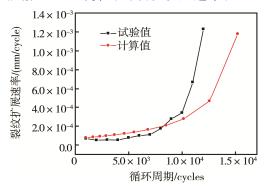


图 8 422 MPa 下裂纹扩展速率与循环周期曲线 Fig.8 Crack propagation rate vs. cycles at 422 MPa

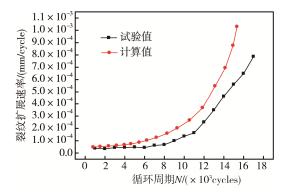


图 9 366 MPa 下裂纹扩展速率与循环周期曲线 Fig.9 Crack propagation rate vs. cycles at 366 MPa

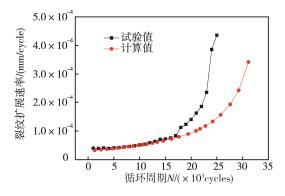


图 10 274 MPa 下裂纹扩展速率与循环周期曲线 Fig. 10 Crack propagation rate vs. cycles at 274 MPa

通过对比三组试验值与计算值发现,在裂纹扩展初期两者吻合较好,尤其是当应力为 274 MPa时,两者基本完全一致;裂纹扩展中后期,两者偏差逐渐增大,这与 C、m 值存在偏差有一定关系(与图 7 中后期试验数据离散性偏大所呈现的趋势相同)。从裂纹扩展速率的发展趋势可以看出,后期速率增加很快,这与裂纹尖端强度因子的变化趋势相吻合。

#### 2.5 寿命计算分析

对 Paris 公式(19)两端进行积分运算,便可 预测裂纹稳态扩展阶段的寿命模型的计算公式 (20)。

$$N_{\rm c} = \int_{a_0}^{a_{\rm c}} \frac{1}{C(\Delta K)^m} \mathrm{d}a \tag{20}$$

式中: a<sub>0</sub>为已存在的裂纹长度; a<sub>c</sub>为最终裂纹长度。该模型以存在疲劳裂纹为前提: 可以计算出不同应力场条件下振动试样的剩余疲劳寿命以及恒定应力场, 及不同初始裂纹长度条件下振动试样的剩余寿命。

#### 2.5.1 不同应力场下振动试样的剩余寿命

针对本文的试验条件, 初始裂纹长度为 0.5 mm, 设定裂纹最终长度为 5 mm, 通过剩余寿命计算模型可得应力与裂纹扩展寿命之间的关系 *S-N* 曲线, 如图 11 所示。可知在应力为 274、366、422 MPa 的条件下, 振动循环周期分别为 36 577、19 090、13 865。

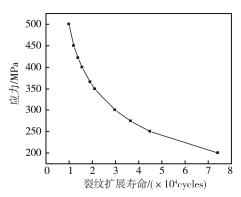


图 11 不同应力下剩余疲劳寿命曲线 Fig.11 The curve of remain fatigue lives under different stress intensities

# 2.5.2 应力场恒定、不同初始裂纹长度振动试样的 剩余寿命

应力恒定时,改变已存在的裂纹长度,可求得 该裂纹的剩余寿命,结合本文计算结果得出的关系 曲线如图 12 所示。可知应力恒定时,已存在的裂纹长度越长,剩余寿命越小。

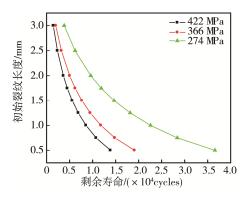


图 12 恒定应力、不同初始裂纹长度下剩余疲劳寿命曲线 Fig.12 The curve of remain fatigue lives under constant stress intensities with different initial crack lengths

# 3 结论

- 1) 裂纹长度的变化会改变一阶固有频率,随着裂纹的增长,频率呈下降趋势。
- 2) 通过气动共振疲劳试验,得到 TC4 钛合金 材料 疲劳 裂 纹 扩展 速率 公式 为  $\frac{da}{dN}$  = 1.27×  $10^{-7}(\Delta K)^{2.246}$ ,计算结果与文献标定值有一定偏差。在 274 MPa 条件下裂纹扩展初期,测得裂纹扩展速率的试验值与计算值的结果吻合较好。
- 3) 通过寿命预测模型计算可知,当初始裂纹长度为 0.5 mm、最终裂纹长度达到 5 mm 时,在应力为 274、366、422 MPa 的条件下,振动循环周期分别为 36 577、19 090、13 865。

#### 参考文献

- [1] BHAUMIK S K, SUJATA M, VENKATASWAMY M A, et al. Failure of a Low Pressure Turbine Rotor Blade of an Aeroengine[J]. Engineering Failure Analysis, 2006, 13(8): 1202—1219.
- [2] POURSAEIDI E, AIENERAVAIE M, MOHAMMADI M R. Failure Analysis of a Second Stage Blade in a Gas Turbine Engine[J]. Engineering Failure Analysis, 2008, 15(8): 1111—1129.
- [3] POURSAEIDI E, SALAVATIAN M. Failure Analysis of Generator Rotor Fan Blades[J]. Engineering Failure Analysis, 2007, 14(5): 851—860.
- [4] RAO S S, GUPTA R S. Finite Element Vibration Analysis of Rotating Timoshenko Beams[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 242(1): 103—124.

- [5] SUBRAHMANYAM K B, KULKAMI S V, RAO J S. Coupled Bending-Bending Vibrations of Pre-twisted Cantilever Blading Allowing for Shear Deflection and Rotary Inertial by the Reissner Method[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1981, 23(9): 517—530.
- [6] 张俊红,杨硕,刘海,等. 裂纹参数对航空发动机叶片频率转向特性影响研究[J]. 振动与冲击,2014,20(33):7—11.
  - ZHANG Jun-hong, YANG Shuo, LIU Hai, et al. Influence of Crack Parameters on Frequency Veering Characteristic of Aero-engine Blade[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 20(33): 7—11.
- [7] SHIH Yan-shin, WU Guan-yuan. Effect of Vibration on Fatigue Crack Growth of an Edge Crack for a Rectangular Plate[J]. International Journal of Fatigue, 2002, 24(5): 557—566.
- [8] WU Guan-yuan, SHIH Yan-shin. Dynamic Instability of Rectangular Plate with an Edge Crack[J]. Computers & Structures, 2005, 84(1): 1—10.
- [9] LAU Y L, LEUNG R C K, SO R M C. Vortex-Induced Vibration Effect on Fatigue Life Estimate of Turbine Blades[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307(3): 698—719.
- [10] 范博楠, 张玉波, 王海斗, 等. 裂纹参数变化对叶片低 阶弯曲振动特性的影响[J]. 表面技术, 2015, 44(9): 96—101.
  - FAN Bo-nan, ZHANG Yu-bo, WANG Hai-dou, et al. Effect of Variation in Crack Parameters on the Characteristics of Blades Low-Order Flexural Vibration[J]. Surface Technology, 2015, 44(9): 96—101.
- [11] 曹世豪,李煦,文良华,等. 钢轨表面裂纹扩展方向研

- 究[J]. 表面技术, 2014, 43(6): 37—42. CAO Shi-hao, LI Xu, WEN Liang-hua, et al. Analysis of
- Propagation Direction of Rail Surface Crack[J]. Surface Technology, 2014, 43(6): 37—42.
- [12] 高英俊, 罗志荣, 黄礼琳, 等. 韧性材料的微裂纹扩展和连通的晶体相场模拟[J]. 中国有色金属学报, 2013, 23(7): 1892—1899.
  - GAO Ying-jun, LOU Zhi-rong, HUANG Li-ling, et al. Phase-field-crystal Modeling for Micro-crack Propagation and Connecting of Ductile Materials[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2013, 23(7): 1892—1899.
- [13] 黄书林, 杨屹, 杨刚, 等. Cr12MoV 导辊中贯穿裂纹的 形成机理研究[J]. 表面技术, 2016, 45(3): 141—157. HUANG Shu-lin, YANG Yi, YANG Gang, et al. Forming Mechanism of Penetrating Cracks in Cr12MoV Guide Roller[J]. Surface Technology, 2016, 45(3)141— 157.
- [14] HB 5277—84, 发动机叶片及材料振动疲劳试验方法 [S]. HB 5277—84, Aero-engine Blade and Material Vibrated Fatigue Test Method[S].
- [15] NEWMAN J C, RAJU I S. Stress-intensity Factor Equations for Cracks in Three-Dimensional Finite Bodies Subjected to Tension and Bending Loads, Computational Methods in the Mechanics of Fracture[J]. Astm Stp, 1986, 2:311—334.
- [16] 吴学仁. 飞机结构金属材料力学性能手册:损伤容限 [M]. 北京: 航空工业出版社, 1996.
  - WU Xue-ren. Handbook of Mechanical Properties of Aircraft Structural Metals: Damage Tolerance[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1996.