

分形下材料裂纹的临界表面能

孟江燕, 王云英, 张建明

(南昌航空大学 材料科学与工程学院, 南昌 330063)

[摘要] 分形理论在金属断裂分析方面的应用越来越广, 针对材料裂纹临界表面能与实际表面能存在较大误差的现象, 分析并修正了临界表面能与分形尺度的关系。将裂纹临界表面能准则的裂纹平直路径扩展假设修正为分形路径扩展, 采用分形理论建立了沿晶断裂、穿晶断裂、沿晶和穿晶混合断裂的分形模型, 并根据自相似性分别计算其 Hausdorff 维数。最后在裂纹路径分形扩展的假设下, 对裂纹临界表面能进行了修订, 得出了韧性材料断裂的临界表面能与分形尺度的关系式。

[关键词] 分形; 裂纹; 断裂; 临界表面能; Hausdorff 维数

[中图分类号] TG111.91

[文献标识码] A

[文章编号] 1001-3660(2012)03-0030-03

Critical Surface Energy of Materials Crack in Fractal

MENG Jiang-yan, WANG Yun-ying, ZHANG Jian-ming

(School of Material Science and Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

[Abstract] The fractal theory is widely used to analysis the fracture of metal. The relation of critical surface and fractal dimensions was analyzed and revised to solve the deviation problem of the critical surface energy and the actual surface energy. The fractal model of the inter-granular fracture, transgranular fracture and blended fracture of the two kinds were created after it was revised that hypothesis of flat extension of the fissure surface energy rule to fractal extension path. The Hausdorff dimension was quantitatively calculated based on the self-similarity of the fractal model. At last the critical surface energy of the crack was revised under the assumption of fractal extension path of the crack, the relational expression of the surface energy of the ductile material and fractal scale was obtained.

[Key words] fractal; crack; fracture; critical surface energy; Hausdorff dimension

材料断裂研究是材料学科与材料工程的重要内容之一。在材料断裂研究领域, Griffith 用能量平衡法研究带裂纹材料的断裂现象, 建立了 Griffith 理论。该理论成功地解释了如陶瓷这样的脆性材料的断裂问题, 但是应用在具有较好韧性的材料(如金属材料、高分子材料)时, 则出现了很大误差。Griffith 提出的裂纹临界表面能准则是 $G=2\gamma$ (G 是材料裂纹扩展的动力, γ 是单位宏观量度的表面能), 他假设裂纹是沿平直的路径扩展。该准则与实际情况有较大误差, 例如我国著名学者谢和平院士研究发现, 即使材料脆性断裂, 产生新的表面所消耗的能量远大于 $2\gamma^{[1-2]}$ 。

分形理论的创始人 Mandelbort 于 1984 年将分形理论应用于金属材料断裂表面的研究以来^[3], 国内外学者对此进行了大量研究, 证实了材料断裂表面的形貌是分形的基本构造和能量消耗的观点^[4-15]。因此,

临界表面能准则中裂纹是沿平直路径扩展的假设是不符合实际情况的, 实际上该路径是曲折并不断变化的。因此, 需要用断面分形的理论对所假设的“平直路径扩展”进行修正。

1 分形理论

分形理论是 20 世纪物理学三大主要发现之一, 它揭示了非线性系统中有序与无序的统一、确定性与随机性的统一, 目前已成为一门主要的新学科, 被广泛应用到自然科学和社会科学的几乎所有领域。所谓分形, 是指那些处处不规则、处处不可微分而又具有自相似性的几何体, 有自相似性和标度不变性两个特征, 在自相似性方面分为有规分形和无规分形。例如 Koch 曲线是严格按数学方法生成且具有严格自相似性的有

[收稿日期] 2012-01-27; **[修回日期]** 2012-02-08

[基金项目] 航空科学基金(2010ZF56025)

[作者简介] 孟江燕(1963—), 男, 硕士, 副教授, 主要研究方向为材料老化与失效等。

规分形,而自然界的现象(宏观和微观)都是具有不严格自相似性的无规分形。在描述分形现象时要用分形维数(简称分维),最具代表性的是 Hausdorff 维数,定义为:对于一个有确定性维数的几何体,若用其它维数相同的尺度 r 去度量,其大小 $N(r)$ 与单位量度 r 之间存在 $N(r) \propto r^{-D_H}$ 或 $D_H = \ln N(r) / \ln(1/r)$ 的关系,公式中的 D_H 即为 Hausdorff 维数,它可以是整数,也可以是分数^[16]。对于曲线来说,简单规则的形状是 1.0 维,而越复杂、越不规则曲线的维数越接近 2.0,但肯定小于 2.0。 D_H 越接近 1.0,则曲线越规则、越简单,并可用数学表达式描述,例如 $y = \sin x$; D_H 越接近 2.0,则曲线越不规则、越复杂,并无法用数学表达式描述,如股票价格的变化曲线。

2 断裂的分形模型

分形可以定量地表征断口形貌、裂纹扩展路径和材料的破损与能量耗散,分形维数能定量描述断口剖面的弯曲程度以及断裂表面的粗糙度^[17]。材料的断裂,根据与金属微观组织相关的裂纹扩展路径,分为沿晶断裂模式、穿晶断裂模式、沿晶和穿晶断裂混合模式^[18-19]。因此,可以按裂纹扩展路径的不同建立相应的分形模型。

2.1 沿晶断裂

沿晶断裂的裂纹扩展路径是沿晶界的折线(见图 1),是分形的曲线,可以用 Koch 曲线近似描述。Koch 曲线是这样生成的:把直线三等分,然后用四等分的长度组成原来三等分的投影长度,一直进行下去。Koch 曲线是分形曲线,根据自相似维数的计算方式,其维数为 $\ln 4 / \ln 3 = 1.262$ ^[20]。因此,沿晶断裂形貌的分形维数为 1.262,即 $D_{\text{沿}} = 1.262$ 。

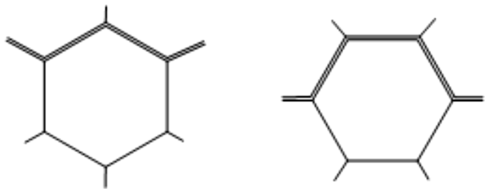


图 1 沿晶断裂的分形模型
Fig. 1 Fractal model of intergranular fracture

2.2 穿晶断裂

穿晶断裂的裂纹扩展路径是穿过晶粒的折线(见图 2),也是分形曲线,它与 Koch 曲线类似,却不是 Koch 曲线。该曲线是这样生成的:把直线两等分,然后用三等分的长度组成原来两等分的投影长度,一直进行下去。根据自相似维数的计算方式,该曲线的维

数为 $\ln 3 / \ln 2 = 1.585$ 。因此,沿穿晶断裂形貌的分形维数为 1.585,即 $D_{\text{穿}} = 1.585$ 。

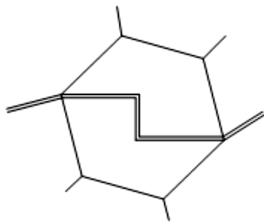


图 2 穿晶断裂的分形模型
Fig. 2 Fractal model of transgranular fracture

2.3 沿晶与穿晶断裂的混合模型

沿晶与穿晶断裂的裂纹扩展路径是既有沿晶,又有穿晶,是上述两种情况的组合,因此它的形貌也是分形的(见图 3)。这种情况的分形维数 $D_{\text{混}}$ 是 $D_{\text{沿}}$ 和 $D_{\text{穿}}$ 的加权平均,即 $D_{\text{混}} = (D_{\text{沿}} \times \text{沿晶路径所占的比例} + D_{\text{穿}} \times \text{穿晶路径所占的比例}) / 2$,显然 $D_{\text{混}}$ 介于 1.262 ~ 1.585 之间。

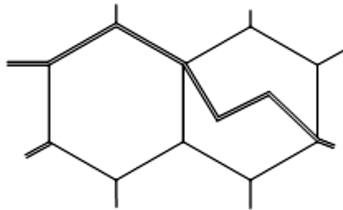


图 3 沿晶和穿晶断裂的混合分形模型
Fig. 3 Fractal model of intergranular/transgranular mixed fracture

3 分形形貌的临界表面能

在分形情况下的临界表面能,显然比按裂纹平直扩展路径(按整数维 1.0)处理时的表面能要大。有的学者把分形维数作为系数对 $G = 2\gamma$ 进行修正^[21],即 $G' = D \times 2\gamma$,这样处理就是乘了一个放大倍数,而最大只有 2 倍,这样处理的结果与脆性材料(如陶瓷材料)相符^[17],但与金属材料 and 结晶的高分子材料仍不相符。

这里误差的最大来源可能是二次裂纹所消耗的能量。将分形理论应用于断口分析存在一个问题,即只考虑了断口的表面扩展途径,而没有考虑垂直于断面的二次开裂,这必然会消耗一定的能量。如沿晶扩展时,大多数情况下在垂直于主断面的晶界上也会开裂(见图 4),即二次裂纹。穿晶扩展同样如此。因此,上述三种情况下给出的 D 值应当是相当保守的。那么针对具有韧性的材料,把分形维数作为表面能 γ 的指数,即 $G' = 2\gamma^D$,这样便与实际情况更加接近。

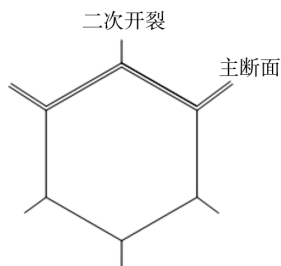


图4 沿晶断裂的二次开裂示意图

Fig. 4 The second cracking of intergranular fracture

4 结论

1) 对于脆性材料的断裂,材料裂纹的临界表面能可修正为 $G' = D \times 2\gamma$;

2) 对于韧性材料的断裂,材料裂纹的临界表面能可修正为 $G' = 2\gamma^D$ 。

[参 考 文 献]

- [1] XIE H P. Fractals in Rock Mechanics[M]. Rotterdam, Netherlands: A A Balkema Publishers, 1993: 357—386.
- [2] 谢和平. 岩石、混凝土损伤力学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1990: 205—216.
- [3] MANDELBORT B B. Fractal Character of Fracture Surface of Metals[J]. Nature, 1984, 308: 721—723.
- [4] 穆在勤, 龙期威. 金属断裂表面的分形与断裂韧性[J]. 金属学报, 1988, 24(2): 142—145.
- [5] PANDE C S. Fractal Characterization of Fracture Surface [J]. Acta Metal, 1987, 35(7): 1633—1637.
- [6] CHEN C T, RUNT J. Fractal Analysis Polystyrene of Fracture Surface [J]. Polymer Communications, 1989 (30): 34—38.
- [7] PENG G, TIAN D. The Fractal Nature of a Fracture Surface[J]. Journal of Physics A: Math and General, 1990 (23): 3257—3261.
- [8] CARPINTERI A. Fractal Nature of Material Microstructure and Size Effects on Apparent Mechanical Properties [J]. Mechanics and Materials, 1994(18): 89—101.
- [9] 屈朝霞, 张汉谦. 分形理论在金属断裂方面应用进展[J]. 钢铁研究学报, 2000, 12(2): 68—71.
- [10] 王国俊, 张汉谦. 金属断裂表面分形特征初探[J]. 太原理工大学学报, 2003, 34(3): 264—266.
- [11] 曹睿, 马勤, 陈剑虹. 材料断口分形研究现状及发展前景[J]. 材料工程, 2007(7): 78—82.
- [12] 李静, 尹衍升, 马来鹏, 等. 分形理论在陶瓷材料断裂行为中的应用[J]. 稀有金属材料与工程, 2007, 36: 707—710.
- [13] 孙洪军, 张旭, 丽红. 分形理论在含缺陷物体断裂中的研究[J]. 辽宁工学院学报, 2007, 27(6): 159—161.
- [14] 孙前芳, 李玲. 分形在纳米科学中的应用及发展趋势[J]. 材料导报, 2005, 19(10): 4—7.
- [15] 文洪杰, 彭达岩, 王资江, 等. 分形理论在材料研究中的应用与发展[J]. 钢铁研究学报, 2000, 12(5): 70—73.
- [16] 刘式达, 梁福明, 刘式适, 等. 自然科学中的混沌与分形[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003(11): 12.
- [17] 谢和平. 分形——岩石力学导论[M]. 第2版. 北京: 科学出版社, 2005: 158.
- [18] 张栋, 钟培道, 陶春虎, 等. 失效分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004: 94—113.
- [19] 白明远, 马海全, 曲士星, 等. 铝合金框开裂的失效分析[J]. 装备环境工程, 2011, 8(2): 1—3.
- [20] HEINZ O P, HARTMUT J, DIETMAI S. 混沌与分形——科学的新疆界[M]. 田逢春, 译. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2008: 136—138.
- [21] PIETRONERO L, TOSATTI E. Fractals in Physics [M]// Amsterdam: North-Holland, 1986: 189—195.

2012 无机薄膜与涂层学术研讨会征文通知

2012 年无机薄膜与涂层学术研讨会定于 2012 年 7 月 16 日至 18 日在广西桂林市召开。会议由桂林理工大学材料学院、昆明理工大学材料学院和上海应用技术学院材料学院联合主办, 是中国硅酸盐学会测试技术分会的系列学术活动之一。会议组织委员会诚挚邀请您向本次会议投稿并出席本次会议。

凡是以无机薄膜或涂层为研究对象的原创性学术论文均属本次会议的征文范围。此外, 会议也欢迎涉及到无机材料内容的各类材料各种表面处理工艺和表征技术方面的论文。

本次会议的交流语言为中文, 但最终的论文集将以英文出版; 获奖论文(中英文语种均可)将刊登在《表面技术》正刊上(《表面技术》为中文核心期刊、中国科技核心期刊及 CSCD 来源期刊)。

本次会议论文集将于 2013 年 2 月前后在学术期刊 Key Engineering Materials 上结集出版。目前, 该期刊被 EI 和 ISTP 收录。

向会议提交中文摘要的截止日期是 2012 年 7 月 1 日, 除少数与会议议题无关的之外, 向本次会议提交的摘要原则上都将接受并安排在会议期间展示。

计划在论文集上发表论文的代表作者请于 2012 年 7 月 30 日前通过 TTP 网上投稿系统提交论文全文电子版(英文)。

会议的详细情况(包括摘要提交方法、会议注册方法及参会费用等)以及最新通知请查看 <http://www.ccs-cicc.com/Conferences/Films/index.html>。

会议秘书处的联系方式: films@ccs-cicc.com。